

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **ST0103 Brukerkurs i statistikk**

Faglig kontakt under eksamen: Nikolai Ushakov

Tlf: 45128897

Eksamensdato: August 2018

Eksamenstid (fra–til): 09:00 – 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C: Bestemt enkel kalkulator. Tabeller og formler i statistikk (Tapir akademisk forlag). Ett gult A4-ark med egne håndskrevne notater.

Annen informasjon:

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 3

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig <input type="checkbox"/>	2-sidig <input checked="" type="checkbox"/>
sort/hvit <input checked="" type="checkbox"/>	farger <input type="checkbox"/>
skal ha flervalgskjema <input type="checkbox"/>	

Dato

Sign

Oppgave 1

Et tilfeldig valgt reir fra en fugleart inneholder X egg. Sannsynlighetsfordelingen til X er slik:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0,09	0,38	0,25	0,20	0,06	0,02

Anta at antall egg i hvert reir er uavhengig av hverandre.

- Finns forventningsverdi og standardavvik for X . Finn sannsynligheten for at et tilfeldig valgt reir har 4 eller flere egg. Finn den betingede sannsynligheten for at et tilfeldig valgt reir har 6 egg gitt at det har 4 eller flere egg.
- Vi undersøker 50 tilfeldig valgte reir. La Y være antallet av disse som har 4 eller flere egg. Hva er forventningsverdi og standardavvik for Y ? Finn en tilnærmet sannsynlighet for at 10 eller flere av de 50 reirene har minst 4 egg.
- Hvis et reir av denne fuglearten er bygd i et løvtre, er sannsynligheten 0,05 for at det inneholder bare ett egg. Hvis et reir er bygd i et bartre, er sannsynligheten 0,15 for at det inneholder bare ett egg. Fuglearten bygger alltid reir i et løvtre eller et bartre. Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig valgt reir er bygd i et løvtre?

Oppgave 2

Y er normalfordelt med forventningsverdi μ og varians σ^2 .

- Finns $P(\mu - 2\sigma < Y < \mu + 2\sigma)$.
- Anta at $P(Y < 0) = 0.5$ og $P(Y < 1) = 0.6915$. Hva er μ og σ^2 ?

Oppgave 3

I denne oppgaven skal vi regne på en regresjonsmodell som er noe modifisert i forhold til den som er behandlet i læreboka. Anta at vi har variabelpar

$$(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$$

der x_1, x_2, \dots, x_n er positive og ikke betraktes som stokastiske, mens Y_1, Y_2, \dots, Y_n antas å være uavhengige stokastiske variabler med

$$Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma_0^2 x_i^2).$$

Variansen til Y_i antas altså å være proporsjonal med x_i^2 . I denne oppgaven skal vi anta at σ_0^2 har en kjent verdi, mens parameteren β skal estimeres basert på de tilgjengelige data.

a) Vis at

$$\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}$$

er en forventningsrett estimator av β og finn variansen til $\hat{\beta}$.

b) Hvilken sannsynlighetsfordeling har $\hat{\beta}$? Svaret skal begrunnes.

Utled et $100(1 - \alpha)\%$ -konfidensintervall for β .

Oppgave 4

Botanisk forskningsstasjon undersøkte hvordan ulike former for gjødsling påvirker veksten av solsikker. To former for gjødsling ble brukt. Fire tilfeldig valgte solsikker ble gjødslet på en måte, metode A, og ble x_i cm høyere på ei uke, mens fire andre tilfeldig valgte solsikker ble gjødslet på en annen måte, metode B, og ble y_i cm høyere. Anta at x_i og y_i er uavhengige observasjoner fra to normalfordelinger med samme varians. Vekstøkningen for plantene ble:

x_i (metode A)	12.0	10.2	12.1	10.4
y_i (metode B)	13.0	11.0	12.0	11.7

Det oppgis at $\bar{x} = 11.175$, $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 3.0875$, $\bar{y} = 11.925$, $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 2.0675$.

- a) Utfør en test for å undersøke om metode B gir større forventet vekstøkning enn metode A. Nullhypotesen er at A gir minst like stor vekstøkning som B. Bruk signifikansnivå $\alpha = 0.05$.
- b) Finn et 95%-konfidensintervall for differansen mellom forventet vekstøkning med de to gjødslingsmetodene.

Oppgave 5

En biolog skal anslå antall selunger i en bestand. Hun finner X unger. Anta at sannsynligheten p for å observere en unge er kjent, og at X er binomisk fordelt med parametre (n, p) . Vi ønsker å estimere n .

- a) Vis at X/p er en forventningsrett estimator for n . Finn variansen til estimatoren uttrykt ved n og p . Hva blir estimatet hvis $p = 0.6$ og $X = 150$?