

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **ST0103 Brukarkurs i statistikk**

Fagleg kontakt under eksamen: Nikolai Ushakov

Tlf: 45128897

Eksamensdato: August 2018

Eksamenstid (frå–til): 09:00 – 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: C: Bestemt enkel kalkulator. Tabeller og formler i statistikk (Tapir akademisk forlag). Eitt gult A4-ark med egne handskrivne notat.

Annan informasjon:

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 3

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig <input type="checkbox"/>	2-sidig <input checked="" type="checkbox"/>
sort/hvit <input checked="" type="checkbox"/>	farger <input type="checkbox"/>
skal ha fleirvalskjema <input type="checkbox"/>	

Dato

Sign

Oppgåve 1

Eit tilfeldig valt reir frå ein fugleart inneheld X egg. Sannsynsfordelinga til X er slik:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0,09	0,38	0,25	0,20	0,06	0,02

Anta at talet på egg i kvart reir er uavhengig av kvarandre.

- a) Finn forventningsverdi og standardavvik for X . Finn sannsynet for at eit tilfeldig valt reir har 4 eller fleire egg. Finn det vilkårsbundne (betinga) sannsynet for at eit tilfeldig valt reir har 6 egg gitt at det har 4 eller fleire egg.
- b) Vi undersøker 50 tilfeldig valte reir. La Y vere talet av desse som har 4 eller fleire egg. Kva er forventningsverdi og standardavvik for Y ? Finn eit tilnærma sannsyn for at 10 eller fleire av dei 50 reira har minst 4 egg.
- c) Dersom eit reir av denne fuglearten er bygd i eit lauvtre, er sannsynet 0,05 for at det inneheld berre eitt egg. Dersom eit reir er bygd i eit bartre, er sannsynet 0,15 for at det inneheld berre eitt egg. Fuglearten byggjer alltid reir i eit lauvtre eller eit bartre. Kva er sannsynet for at eit tilfeldig valt reir er bygd i eit lauvtre?

Oppgåve 2

Y er normalfordelt med forventningsverdi μ og varians σ^2 .

- a) Finn $P(\mu - 2\sigma < Y < \mu + 2\sigma)$.
- b) Gå ut frå at $P(Y < 0) = 0.5$ og $P(Y < 1) = 0.6915$. Kva er μ og σ^2 ?

Oppgåve 3

I denne oppgåva skal vi rekne på ein regresjonsmodell som er noko modifisert i forhold til han som er handsama i læreboka. Gå utifrå at vi har variabelpar

$$(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$$

der x_1, x_2, \dots, x_n er positive og ikkje sjås på som stokastiske, mens Y_1, Y_2, \dots, Y_n går vi ut frå er uavhengige stokastiske variablar med

$$Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma_0^2 x_i^2).$$

Variansen til Y_i er altså proporsjonal med x_i^2 . I denne oppgåva skal vi gå utifrå at σ_0^2 har ein kjend verdi, mens parameteren β skal estimerast basert på dei tilgjengelige data.

a) Vis at

$$\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}$$

er ein forventningsrett estimator av β og finn variansen til $\hat{\beta}$.

b) Kva for ei sannsynsfordeling har $\hat{\beta}$? Du skal gi grunn for svaret.

Utlei eit $100(1 - \alpha)\%$ -konfidensintervall for β .

Oppgåve 4

Botanisk forskningsstasjon undersøkte korleis ulike former for gjødsling påvirkar veksten av solsikker. To former for gjødsling vart brukte. Fire tilfeldig valte solsikker vart gjødsla på ein måte, metode A, og vart x_i cm høgre på ei veke, medan fire andre tilfeldig valte solsikker vart gjødsla på ein annan måte, metode B, og vart y_i cm høgre. Anta at x_i og y_i er uavhengige observasjonar frå to normalfordelingar med samme variansen. Vekstauken for plantene vart:

x_i (metode A)	12.0	10.2	12.1	10.4
y_i (metode B)	13.0	11.0	12.0	11.7

Det blir oppgitt at $\bar{x} = 11.175$, $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 3.0875$, $\bar{y} = 11.925$, $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 2.0675$.

- a) Utfør ein test for å undersøkje om metode B gir større forventta vekstauke enn metode A. Nullhypotesen er at A gir minst like stor vekstauke som B. Bruk signifikansnivå $\alpha = 0.05$.
- b) Finn eit 95%-konfidensintervall for differansen mellom forventta vekstauke med dei to gjødslingsmetodane.

Oppgåve 5

Ein biolog skal anslå talet på selungar i ein bestand. Ho finn X ungar. Anta at sannsynet p for å observere ein unge er kjent, og at X er binomisk fordelt med parametrar (n, p) . Vi ønskjer å estimere n .

- a) Vis at X/p er ein forventningsrett estimator for n . Finn variansen til estimatoren uttrykt ved n og p . Kva blir estimatet dersom $p = 0.6$ og $X = 150$?