ØVINGER 2017
Løsninger til oppgaver

Øving 3

3.15 (14). Vi lar F, R og S være hendelsene *fint vær*, *regnvær* og *snøvær*, og vi lar U være hendelsen *Kjetil blir involvert i en bilulykke*. Oppgaveteksten gir oss sannsynlighetene

$$P(F) = 0.60, \quad P(R) = 0.39, \quad P(S) = 0.01$$

og

$$P(U|F) = 0.001, \quad P(U|R) = 0.003, \quad P(U|S) = 0.009.$$

Sannsynligheten for at Kjetil blir involvert i en bilulykke finner vi ved bruke regelen for total sannsynlighet,

$$P(U) = P(U|F)P(F) + P(U|R)P(R) + P(U|S)P(S) =$$
$$= 0.001 \cdot 0.60 + 0.003 \cdot 0.39 + 0.009 \cdot 0.01 = 0.00186.$$

Sannsynligheten for at snøvær er medvirkende årsak gitt at det skjer en ulykke, er den betingede sannsynligheten for S gitt at U har inntruffet,

$$P(S|U) = \frac{P(S \cap U)}{P(U)} = \frac{P(S)P(U|S)}{P(U)} = \frac{0.01 \cdot 0.009}{0.00186} \approx 0.048.$$

3.18 (17). For enhver hendelse E har vi $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$. Vi bruker slike omskrivninger til å manipulere uttrykket for $P(B|A)$ slik at kun kjente sannsynligheter inngår,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})} =$$
$$= \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + (1 - P(B))(1 - P(\overline{A}|\overline{B}))} =$$
$$= \frac{0.85 \cdot 0.35}{0.85 \cdot 0.35 + (1 - 0.7)(1 - 0.35)} = 0.604.$$

A.8. 1. De fire opplysningene kan formuleres som sannsynlighetene

$$P(J) = 0.70, \; P(\overline{J}) = 0.30, \; P(R|J) = 0.05, \; P(R|\overline{J}) = 0.10.$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig seer ringer inn er

$$P(R) = P(R|J)P(J) + P(R|\overline{J})P(\overline{J}) = 0.05 \cdot 0.70 + 0.10 \cdot 0.30 = 0.065.$$

2. Andelen av inringerne som mener *ja* er

$$P(J|R) = \frac{P(J)P(R|J)}{P(R)} = \frac{0.70 \cdot 0.05}{0.065} \approx 0.54.$$

Resultatene av innringingen kan gi inntrykk av at det er omtrent like mange *nei*-folk som *ja*-folk blant seerne. Dette gir et feilaktig bilde av seernes oppfatning, siden det egentlig er langt flere *ja*-folk enn *nei*-folk.

3.25 (21) Her er det tre etapper med henholdsvis seks, ni og sju muligheter i hver etappe. Ved åbruke produktregelen finner vi at totalt antall mulige kombinasjoner er $6 \cdot 9 \cdot 7 = 378$.

3.27 (23).

Anta at apekatten har like stor sannsynlighet for å trykke påhver av de 29 tastene, altså at den trykker på en tilfeldig valgt tast med sannsynlighet $1/29 \approx 0.345$. Anta også at denne sannsynlighetsfordelingen forblir uendret. Apekatten foretrekker altså ikke å trykke på samme tast flere ganger, eller å trykke på nabotasten til forrige tast, men er og blir likegyldig til hvilken tast den trykker på neste gang. Denne antakelsen vil neppe være oppfylt for en reell apekatt.

Antall mulige ord på fem bokstaver

Fem etapper med 29 muligheter per etappe gir

$$29^5 = 20\,511\,149$$

ulike kombinasjoner.

Sannsynligheten for at et ord begynner på H

Kun en mulighet for første bokstav, men 29 muligheter for hver av de fire andre. Antall kombinasjoner er $1 \cdot 29^4 = 29^4$. Sannsynligheten for at apen skriver et slikt ord er

$$\frac{\textit{Antall gunstige kombinasjoner}}{\textit{Antall mulige kombinasjoner}} = \frac{29^4}{29^5} = \frac{1}{29} \approx 0.345.$$

Sannsynligheten for at et ord inneholder H en gang

La A være hendelsen at apen skriver et ord som inneholder H en gang. La A_i, $i = 1, \ldots, 5$ være hendelsen at apen skriver et ord som inneholder nøyaktig en H, og hvor bokstav nr. i er en H. Da har vi $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_5$. Sannsynligheten for A_i er

$$P(A_i) = \frac{1}{29}\left(\frac{1}{28}\right)^4,$$

altså produktet av sannsynligheten for at en av bokstavene er en H, og sannsynligheten for at ingen av de fire andre er en H. Merk at $P(A_i)$ er den samme for $i = 1, 2, \ldots, 5$. Sannsynligheten for at apen skriver et ord som inneholder H nøyaktig en gang er

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_5) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_5) =$$

$$= 5P(A_i) = 5 \cdot \frac{1}{29}\left(\frac{28}{29}\right)^4 = \frac{5 \cdot 28^4}{29^5} \approx 0.1498.$$

Sannsynligheten for at apekatten skriver ordet YASOV

Her er det kun en gunstig kombinasjon av 29^5 mulige, så sannsynligheten blir

$$\frac{1}{29^5} \approx 4.875 \cdot 10^{-8}.$$

3.28 (24).

Det er seks punkter som enten kan utheves eller ikke utheves, altså to muligheter for hvert punkt. Det gir i utgangspunktet 2^6 mulige kombinasjoner. Oppgaveteksten spesifiserer imidlertid at *ett eller flere punkter utheves*, så kombinasjonen hvor ingen punkter er uthevet kan ikke medregnes. Det reelle antallet tegn som kan lages er derfor $2^6 - 1 = 63$.