ØVINGER 2017

Løsninger til oppgaver

Øving 7

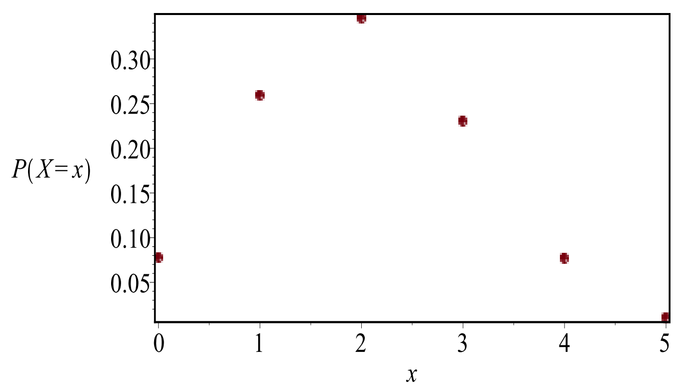
5.1. Hver av de fem kannene er et uavhengig forsøk med suksess-sannsynlighet $p = 0.4$. Antall vrak X er derfor binomisk fordelt med $n = 5$ og $p = 0.4$. Sannsynlighetsfordelingen til X, som er vist i figuren nedenfor, er gitt ved

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{5}{x} \cdot 0.4^x \cdot 0.6^{5-x}$$

for $x = 1, 2, ..., 5$.

Sannsynligheten for tre vrak er

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^2 = 0.2304.$$



5.2. Antall sprukne pølser X er binomialfordelt med $n = 8$ og $p = 0.2$, og X har punktannsynlighet

$$P(X = x) = \binom{8}{x} 0.2^x \cdot 0.8^{8-x}.$$

Sannsynligheten for at nøyaktig to av pølsene er sprukne er

$$P(X = 2) = \binom{8}{2} 0.2^2 \cdot 0.8^6 = 0.2936.$$

Sannsynligheten for at mellom to og fem pølser er sprukne kan vi finne ved å slå opp den kumulative binomiske fordelingen

$$P(2 \leq X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 1) = 0.999 - 0.503 = 0.496.$$

Forventningsverdien til X er

$$E[X] = np = 8 \cdot 0.2 = 1.6.$$

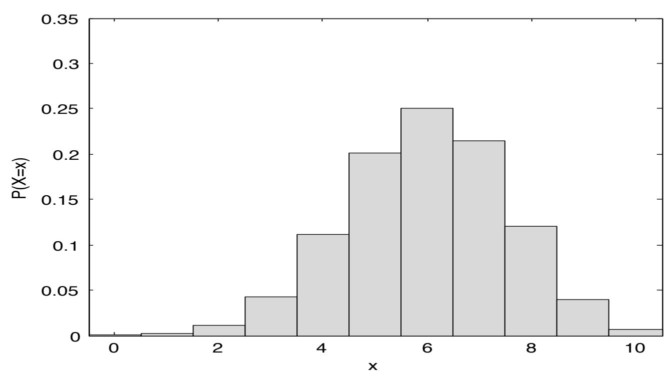
5.3. Siden alle frøene har samme spiresannsynlighet, er de å anse som uavhengige forsøk, slik at antall frøsom spirer er binomialfordelt med $n = 10$ og $p = 0.6$. Sannsynlighetsfordelingen til X er tegnet opp i figuren nedenfor. Sannsynligheten for at akkurat tre av frøene spirer er

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} 0.6^3 \cdot (1 - 0.6)^{10-3} = \binom{10}{3} 0.6^3 \cdot 0.4^7 = 0.0425.$$

Sannsynligheten for at antall frø som spirer er mellom to og seks er

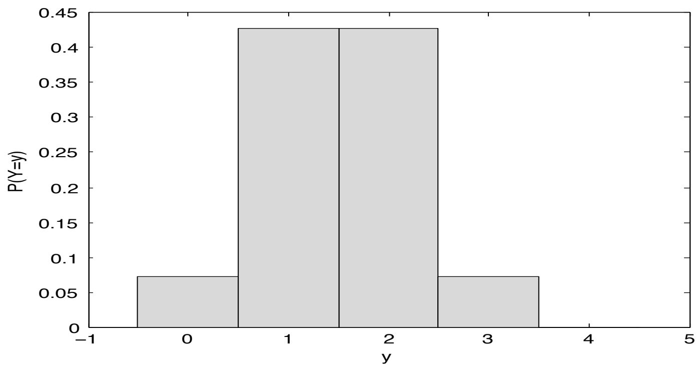
$$P(2 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 1) = 0.618 - 0.002 = 0.616.$$

Forventningsverdien til X er $E[X] = np = 10 \cdot 0.6 = 6$.



5.9 (7). Antall defekte biler Y blant de fire kjøpte bilene har den hypergeometriskesannsynlighetsfordelingen med parametrene $N = 8$, $M = 3$ og $n = 4$. Figuren viser et sannsynlighetshistogram av denne fordelingen. Verdimengden til Y er $V_Y = \{0, 1, 2, 3\}$, siden det bare fins tre defekte biler som eventuelt kan havne i utvalget. Sannsynligheten for at det er en defekt bil i utvalget er

$$P(Y = 1) = \frac{\binom{M}{1}\binom{N-M}{n-1}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{3}{1}\binom{5}{3}}{\binom{8}{4}} = 0.4286.$$



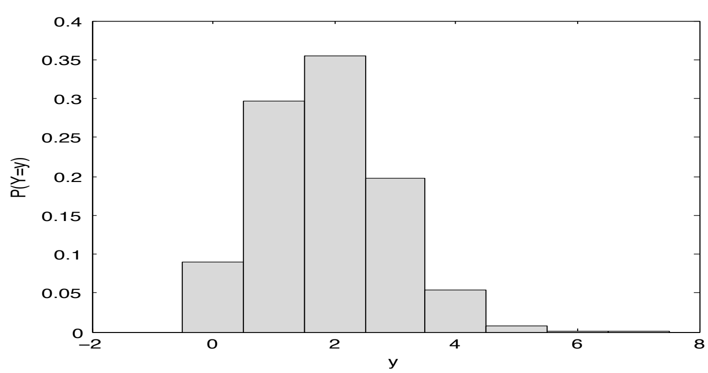
5.10 (8). Antall ensifrede tall Y blant lottotallene som trekkes ut er hypergeometrisk fordelt med parametre $N = 34$, $M = 9$ og $n = 7$. Sannsynligheten for at tre av tallene som trekkes ut er ensifrede er

$$P(Y = 3) = \frac{\binom{M}{3}\binom{N-M}{n-3}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{9}{3}\binom{25}{4}}{\binom{34}{7}} = 0.1975.$$

Verdimengden til Y er $V_Y = \{0, 1, \ldots, 7\}$ siden utvalgsstørrelsen er mindre enn antall ensifrede tall. Sannsynligheten for at det er y ensifrede tall blant de sju tallene som trekkes er

$$P(Y = y) = \frac{\binom{M}{y}\binom{N-M}{n-y}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{9}{y}\binom{25}{7-y}}{\binom{34}{7}}$$

for $y = 0, 1, ..., 7$. Fordelingen er vist med et sannsynlighetshistogram i figuren.



5.11 (9). Antall merkede elger Y i fangsten er hypergeometrisk fordelt med parametrene $N = 64$, $M = 14$ og $n = 8$. Sannsynligheten for at tre av de felte elgene er merket er

$$P(Y=3) = \frac{\binom{M}{3}\binom{N-M}{n-3}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{14}{3}\binom{50}{5}}{\binom{64}{8}} = 0.1742.$$

Sannsynligheten for at det er tre eller færre merkede elger i fangsten er

$$P(Y \leq 3) = \sum_{y=0}^{3} P(Y=y) = \sum_{y=0}^{3} \frac{\binom{14}{y}\binom{50}{8-y}}{\binom{64}{14}} = 0.1213 + 0.3159 + 0.3267 = 0.9382.$$