

Norges teknisk-
 naturvitenskapelige universitet
 Institutt for matematiske fag



Faglig kontakt under eksamen: Ola Diserud
 Telefon: 932 18 823

ST1101 SANNSYNLIGHETSREGNING /
 ST6200 SANNSYNLIGHETSREGNING

Torsdag 7. juni 2007
 Tid: kl. 09.00-13.00

Hjelpemidler: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Lommekalkulator.

Sensur: 28. juni 2007

Oppgave 1

Vi har en stokastisk variabel Y med sannsynlighetsfordeling gitt ved funksjonen

$$f_Y(y) = \begin{cases} ke^{-y/\lambda}, & y \geq 0 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

hvor k og λ er positive parametere.

- a) Finn $E(Y)$ og $Var(Y)$.

(Hint: Bruk at $\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$ hvor $a > 0$ og n er et ikke-negativt heltall).

- b) Finn den kumulative fordelingen til Y .

Finn så $P\left(\frac{1}{4}\mu \leq Y \leq \frac{3}{4}\mu\right)$, hvor $\mu = E(Y)$.

- c) La \bar{Y} være gjennomsnittsverdien for 20 uavhengige observasjoner med fordeling $f_Y(y)$. Skriv opp uttrykkene for $E(\bar{Y})$ og $Var(\bar{Y})$ uttrykt ved de opprinnelige parametrene.

Bestem k slik at $f_Y(y)$ blir en gyldig sannsynlighetsfordeling.

Finn tilnærmet verdi for $P(\bar{Y} \geq 1.2\mu)$.

Oppgave 2

På oppdrag fra Fylkesmannens miljøavdeling skal du kartlegge dyreaktiviteten vinterstid i marka. Langs en forhåndsbestemt rute registrerer du antallet dyrespor X som kan sees fra skiløypa.

- a) Argumenter for at X kan være Poissonfordelt.
Basert på tidligere års erfaringer bruker vi videre at X er Poissonfordelt med parameter $\alpha/3$ der α er lengden på ruta målt i km. Ruta som er valgt er på åtte km. Hvor mange dyrespor forventer du å se?
Hva er sannsynligheten for at antallet dyrespor er større enn 3 og mindre enn 7?
- b) Neste dag går du fem km uten at du ser noen dyrespor. Sett opp fordelingen til antall km Y du må gå videre før du kommer til første kryssende spor.
Anta at du bruker 12 minutter per km. Finn forventningsverdi og standardavvik for totalt antall minutter T fra turen startet til du ser det første dyresporet.
- c) Anta videre at du klarer å skille hundespor fra de andre sporene. Hvilken fordeling vil antallet hundespor H ha, når antallet dyrespor totalt x er gitt og du også kjenner andelen p hunder blant "spordyrene"?
Finn den ubetingede forventningen $E(H)$ uttrykt ved p og α .
Sett også opp uttrykket for den ubetingede sannsynlighetsfordelingen til Y .

Oppgave 3

Et klassisk terningproblem er som følger: Det kastes to terninger om gangen. Hvor mange ganger n må du kaste terningene for at sannsynligheten for at det skal ha forekommet minst en dobbel-6 skal være større enn 0,50?

Oppgave 4

Ei mølle pakker mel i kilos pakker, og har anskaffet en ny pakkemaskin til dette formål. Når pakkemaskinen stilles inn på m kilo vil vekten av en tilfeldig pakke X være normalfordelt med forventning m og varians $0,01^2$. Hvis en pakke veier mindre enn 0,99 kg anses den som "undervektig".

- a) Argumenter for at vektene av forskjellige pakker kan antas uavhengige, så lenge pakkemaskinen fungerer som den skal.
Hva er sannsynligheten for at en pakke skal bli undervektig hvis m settes lik 1,00 kilo?
- b) Mølla ønsker at pakkemaskinen skal innstilles slik at sannsynligheten for at en kartong med 20 pakker inneholder en eller flere undervektige pakker skal være høyst 0,01. Finn den m -verdien som tilfredsstiller dette ønsket.