



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen:
John Tyssedal 41645376

Eksamen i ST1101/ST6101 Sannsynlighetsregning og Statistikk
Lørdag 8. desember 2012
Tid: kl. 09:00 - 13:00

Tillatte hjelpemidler:

Statistiske tabeller og formler, Tapir forlag. K. Rottman: Matematisk formelsamling.

Ett gult ark (A4 med stempel) med egne håndskrevne formler og notate.

Godkjent kalkulator: HP30S, CITIZEN SR-270X eller CITIZEN SR-270X college.

Sensur: 8. januar 2013

Oppgave 1

I en rettsak skal et dommerpanel bestående av tre medlemmer avgjøre skyldspørsmålet ut i fra indisier. Medlemmene har kun to alternativ. Enten å stemme for at personen er skyldig eller å stemme for at han er uskyldig. Personen blir erklært skyldig dersom minst to av medlemmene i dommerpanelet stemmer for at han er skyldig.

Anta at dersom personen er skyldig vil hvert medlem i dommerpanelet stemme skyldig med sannsynlighet 0.7 uavhengig av hva de andre medlemmene gjør. Dersom han er uskyldig vil hvert medlem stemme skyldig med sannsynlighet 0.2.

- a) Forklar hvorfor antall medlemmer i dommerpanelet som stemmer for at personen er skyldig gitt at han er skyldig er binomisk fordelt. Finn sannsynligheten for at personen blir erklært skyldig gitt at han er skyldig.
Finn og sannsynligheten for at han blir erklært skyldig gitt at han er uskyldig.

For at det skal bli tatt ut tiltale mot personen, må det være en viss sannsynlighet for at han er skyldig. La oss anta at denne sannsynligheten er 0.7.

- b) Finn sannsynligheten for at personen blir erklært skyldig.
Finn og sannsynligheten for at han er skyldig gitt at han blir erklært skyldig.

La E_1 og E_2 være hendingsene at panelmedlem nummer 1 og 2 stemmer for at personen er skyldig.

- c) Finn sannsynligheten for E_1 .
Er E_1 og E_2 uavhengige? Grunngi svaret med regning.

Oppgave 2

Vi skal anta at lengden av en viss type bygningselementer er normalfordelt med forventning 25 cm og varians 0.4 cm^2 .

- a) Hva er sannsynligheten for at et slikt element har lengde mellom 24 og 26 cm? Anta at en legger et tilfeldig utvalg av 40 slike bygningselementer rett etter hverandre. Forklar hvorfor samlet lengde er normalfordelt med forventning 1000 cm og varians 16 cm^2 .
Hva er sannsynligheten for at samlet lengde av bygningselementene overstig 1008 cm?

Anta at en legger ut to rekker hver med 40 slike bygningselementer

- b) Hva er sannsynligheten for at forskjellen i lengde mellom de to rekkene er mindre enn 10 cm?
Hva er sannsynligheten for at den korteste av de to rekkene har lengde mindre enn 1000 cm?

Oppgave 3

Vi skal anta at antall fødsler i t timer, X , ved en fødeavdeling er Poissonfordelt med punktsannsynlighet gitt ved

$$P(X = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

I spørsmål a), b), c) og d) skal vi anta at $\lambda = \frac{15}{24}$.

- a) Hva er forventet antall fødsler pr. døgn?
Hva er sannsynligheten for at det skjer mer enn 20 fødsler i et døgn?

La T være tiden i timer fra midnatt (kl. 00.00) et døgn til første fødsel inntreffer.

b) Vis at $P(T > t) = \begin{cases} e^{-\lambda t}, & \text{dersom } t > 0 \\ 1, & \text{elles} \end{cases}$

Hva er sannsynligheten for at det ikke inntreffer fødsler i de to første timene etter midnatt?

- c) Finn sannsynlighetstettheten til T.
Utled forventningsverdien til T.

Fødeavdelingen er ny og det er planlagt en større markering med invitasjon av avis og ordfører i forbindelse med at fødsel nummer 100 på den nye avdelingen inntreffer. La Y være tiden fra starten av den nye fødeavdelingen til dette skjer.

- d) Hvilken fordeling får Y?
Ordføreren er borte de 6 første dagene (144 timer) etter starten av fødeavdelingen. Hva er sannsynligheten for at han rekker markeringen? (Hint: Bruk tilnærming til normalfordeling).

Etter en tid har fødeavdelingen mistanke om at λ har øket og vil derfor estimere λ på nytt. Beklageligvis er det blitt rot i protokollene slik at i noen tilfeller har de bare det rette antall fødsler for en viss del av døgnet. For å forenkle situasjonen, la X_1 , X_2 og X_3 være antall fødsler i 3 etterfølgende døgn. X_1 og X_2 er for et helt døgn og X_3 er antall fødsler i løpet av 16 timer av det tredje døgnet.

- e) Finn sannsynlighetsmaksimeringsestimatorene for λ .
Hva blir forventning og varians til denne?