

Institutt for matematiske fag

## Eksamensoppgåve i **ST1201/ST6201** Statistiske metoder

**Fagleg kontakt under eksamen:** Nikolai Ushakov

**Tlf:** 45128897

**Eksamensdato:** 11. desember 2014

**Eksamenstid (frå–til):** 09:00 – 13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel:** C:

- Tabeller og formler i statistikk, Tapir forlag,
- K.Rottman. Matematisk formelsamling,
- Stempla gult A4-ark med egne håndskrevne formlar og notat,
- Kalkulator: HP30S, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College eller Casio fx-82ES PLUS.

**Annan informasjon:**

**Målform/språk:** nynorsk

**Sidetal:** 4

**Sidetal vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

---

Dato

Sign



### Oppgave 1

Ein agent går regelmessig til skytetrening. Erfaring seier at hans sannsynet for eit treff er  $p = 0.6$ . I ein treningssesjon skyt han 20 skudd. Anta at skudda er uavhengige og at kvart enkeltskot er enten treff eller bom. Sjefen bestemmer at agenten skal ha ein ny pistol. De håper at denne skal gje betre treffsannsyn. Dei ønskjer å undersøkje om dette holder, og agenten bruker den nye pistolen i ein vanlig treningssesjon med 20 skot.

- a) Formuler problemet som ein hypotesetest.

Bruk den vanlige normalapproximasjonen til å gjennomføre hypotesetesten på signifikansnivå  $\alpha = 0.05$  når observert antal treff er 18.

- b) Kva vert P-verdien til den testen når han treff på 18 skot?

### Oppgave 2

I denne oppgåva skal vi rekne på ein regresjonsmodell som er noko modifisert i forhold til han som er handsama i læreboka. Gå utifrå at vi har variabelpar

$$(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$$

der  $x_1, x_2, \dots, x_n$  er positive og ikkje sjås på som stokastiske, mens  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  går vi utifrå er uavhengige stokastiske variablar med

$$Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma_0^2 x_i^2).$$

Variansen til  $Y_i$  er altså proporsjonal med  $x_i^2$ . I denne oppgåva skal vi gå utifrå at  $\sigma_0^2$  har ein kjend verdi, mens parameteren  $\beta$  skal estimerast basert på dei tilgjengelige data.

- a) Utlei sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren (SME) for  $\beta$  og vis at dei kan skrivast på forma

$$\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}.$$

- b) Vis at  $\hat{\beta}$  er forventningsrett og finn variansen til  $\hat{\beta}$ .

- c) Kva for ei sannsynsfordeling har  $\hat{\beta}$ ? Du skal gi grunn for svaret.

Utlei eit  $100(1 - \alpha)\%$ -konfidensintervall for  $\beta$ .

### Oppgåve 3

Ein forskningsinstitusjon har fem ulike typer måleapparater for å måle infraraud stråling og ønskjer å finne ut om det er forskjell på måleinstrumenta. Eit forsøk blir gjort der ein for kvart av 6 objekt målte mengde infraraud stråling med kvar av de fem instrumenta. Dei seks objekta som vart nytta var alle forskjellige med omsyn på materiale, temperatur og storleik.

Ein (delvis utfylt) variansanalysetabell (ANOVA-tabell) for dei utførte målingene er som følgjer.

Kilde	df	SS	MS	F	P-verdy
Instrument	*	8	*	*	0.025
Objekt	*	*	1.54	*	0.05
Error	*	*	*		
Total	*	*			

- a) Kva slags forsøksdesign er nytta i situasjonen skildra over? Skriv opp den fullstendige ANOVA-tabellen. Vis korleis du bereknar verdiane der det står \* i den oppgitte tabellen.
- b) I ANOVA-tabellen er det oppgitt to  $p$ -verdiar. Spesifiser kva for nullhypotese,  $H_0$ , desse to  $p$ -verdiane relaterer seg til.

Kva for ein av dei to  $p$ -verdiane er av interesse for forskningsinstitusjonen? Kva blir konklusjonen på denne testen hvis signifikansnivå er 0.05?

### Oppgåve 4

Darwin (1876) studerte veksten av par av maisplantar, der den eine planten er framstilt ved kryssbefruktning og den andre ved sjølvbefruktning. Målet hans var å demonstrere at kryssbefrukta plantar har større fitness (t.d. overlevelse og vekst) enn sjølvbefrukta plantar.

Femten par av kryssbefrukta og sjølvbefrukta plantar vart dyrka under identiske tilhøve i kvart par (men kanskje under forskjellige tilhøve i forskjellige par). For kvart par vart høgda (i tomnar) til kvar plante registrert.

For par  $i$  la  $X_{1i}$  vere høgda av planta framstilt ved kryssbefruktning og  $X_{2i}$  vere høgda av planta framstilt ved sjølvbefruktning,  $i = 1, \dots, 15$ . Vidare la  $D_i = X_{1i} - X_{2i}$ . Dataene fra eksperimentet er presentert under.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_{1i}$	188	96	168	176	153	172	177	163	146	173
$x_{2i}$	130	163	160	160	147	149	149	122	132	144

$i$	11	12	13	14	15
$x_{1i}$	186	168	177	184	96
$x_{2i}$	130	144	102	124	144

Deskriptive mål er

$$\bar{d} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} d_i = 21.53,$$

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (d_i - \bar{d})^2} = 38.29.$$

- a)** Anta at  $X_{1i}$  og  $X_{2i}$  er normalfordelte,  $X_{1i} \sim N(\mu_1 + \beta_i, \sigma^2)$  og  $X_{2i} \sim N(\mu_2 + \beta_i, \sigma^2)$ ,  $i = 1, \dots, 15$ .

Basert på dette forsøket, kan Darwin konkludere med at kryssbefrukta plantar er høgare enn sjølvbefrukta plantar? Skriv ned null hypotesen og den alternative hypotesen, vel ein testobservator og gjennomfør ein hypotesetest. Bruk signifikansnivå  $\alpha = 0.05$ .

- b)** Anta at  $X_{1i}$  og  $X_{2i}$  ikkje er normalfordelte (men har symmetriske rundt forventningsverdiar fordelingar). Utfør ein forteiknstest (sign test) for å teste om kryssbefrukta plantar vert høgare enn sjølvbefrukta plantar.

## Oppgåve 5

I ein studie undersøkte ein om temperamentet til ektemenn og hustruer var uavhengige. 111 ektepar vart tilfeldig valt og ein slektning av ekteparet kryssklasifisererte ektemannen og hustrua til anten å ha eit godt eller dårleg temperament.

- a) Er det grunn til å tru at temperamentet (godt/dårleg) til ektemannen er avhengig av temperamentet (godt/dårleg) til hustrua? Skriv ned null hypotesen og den alternative hypotesen og utfør ein hypotesetest basert på tabellen. Bruk signifikansnivå 0.05.

	God hustru	Dårleg hustru
God ektemann	24	27
Dårleg ektemann	34	26