

Institutt for matematiske fag

## Eksamensoppgave i **ST1201/ST6201 Statistiske metoder**

**Faglig kontakt under eksamen:** Nikolai Ushakov

**Tlf:** 45128897

**Eksamensdato:** 11. desember 2014

**Eksamenstid (fra–til):** 09:00 – 13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C:**

- Tabeller og formler i statistikk, Tapir forlag,
- K.Rottman. Matematisk formelsamling,
- Ett gult ark (A4 med stempel) med egne håndskrevne formler og notater,
- Kalkulator: HP30S, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College eller Casio fx-82ES PLUS.

**Annen informasjon:**

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 4

**Antall sider vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

---

Dato

Sign



**Oppgave 1**

En agent går regelmessig til skytetrening. Erfaring sier at hans sannsynlighet for et treff er  $p = 0.6$ . I en treningssesjon skyter han 20 skudd. Anta at skuddene er uavhengige og at hvert enkeltskudd er enten treff eller bom. Sjefen bestemmer at agenten skal ha en ny pistol. De håper at denne skal gi forbedret treffsannsynlighet. For å teste dette bruker agenten den nye pistolen i en vanlig treningssesjon med 20 skudd.

- a) Formuler problemet som en hypotesetest.

Bruk den vanlige normalapproximasjonen til å gjennomføre hypotesetesten på signifikansnivå  $\alpha = 0.05$  når observert antall treff er 18.

- b) Hva er P-verdien til testen når han treffer på 18 skudd?

**Oppgave 2**

I denne oppgaven skal vi regne på en regresjonsmodell som er noe modifisert i forhold til den som er behandlet i læreboka. Anta at vi har variabelpar

$$(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$$

der  $x_1, x_2, \dots, x_n$  er positive og ikke betraktes som stokastiske, mens  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  antas å være uavhengige stokastiske variabler med

$$Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma_0^2 x_i^2).$$

Variansen til  $Y_i$  antas altså å være proporsjonal med  $x_i^2$ . I denne oppgaven skal vi anta at  $\sigma_0^2$  har en kjent verdi, mens parameteren  $\beta$  skal estimeres basert på de tilgjengelige data.

- a) Utled sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren (SME) for  $\beta$  og vis at den kan skrives på formen

$$\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}.$$

- b) Vis at  $\hat{\beta}$  er forventningsrett og finn variansen til  $\hat{\beta}$ .

- c) Hvilken sannsynlighetsfordeling har  $\hat{\beta}$ ? Svaret skal begrunnes.

Utled et  $100(1 - \alpha)\%$ -konfidensintervall for  $\beta$ .

### Oppgave 3

En forskningsinstitusjon har fem ulike typer måleapparater for å måle infrarød stråling og ønsker å finne ut om det er forskjell på måleinstrumentene. Et forsøk blir gjort der man for hvert av 6 objekter målte mengde infrarød stråling med hver av de fem instrumentene. De seks objektene som ble benyttet var alle forskjellige med hensyn til materiale, temperatur og størrelse.

En (delvis utfylt) variansanalysetabell (ANOVA-tabell) for de utførte målingene er som følger.

Kilde	df	SS	MS	F	P-verdi
Instrument	*	8	*	*	0.025
Objekt	*	*	1.54	*	0.05
Error	*	*	*		
Total	*	*			

- a) Hva slags forsøksdesign er benyttet i situasjonen beskrevet over? Skriv opp den fullstendige ANOVA-tabellen. Vis hvordan du beregner verdiene der det står \* i den oppgitte tabellen.
- b) I ANOVA-tabellen er det oppgitt to  $p$ -verdier. Spesifiser hvilke nullhypoteser,  $H_0$ , disse to  $p$ -verdiene relaterer seg til.
- Hvilken av de to  $p$ -verdiene er av interesse for forskningsinstitusjonen? Hva blir konklusjonen på denne testen hvis signifikansnivå er 0.05?

### Oppgave 4

Darwin (1876) studerte veksten av par av maisplanter, der den ene planten var fremstilt ved kryssbefruktning og den andre ved selvbefruktning. Målet hans var å demonstrere at kryssbefruktede planter har større fitness (f.eks. overlevelse og vekst) enn selvbefruktede planter.

Femten par av kryssbefruktede og selvbefruktede planter ble dyrket under identiske forhold i hvert par (men kanskje under forskjellige forhold i forskjellige par). For hvert par ble høyden (i tommer) til hver plante registrert.

For par  $i$  la  $X_{1i}$  betegne høyden av planten fremstilt ved kryssbefruktning og  $X_{2i}$  betegne høyden av planten fremstilt ved selvbefruktning,  $i = 1, \dots, 15$ . Videre la  $D_i = X_{1i} - X_{2i}$ . Dataene fra eksperimentet er presentert under.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_{1i}$	188	96	168	176	153	172	177	163	146	173
$x_{2i}$	130	163	160	160	147	149	149	122	132	144

$i$	11	12	13	14	15
$x_{1i}$	186	168	177	184	96
$x_{2i}$	130	144	102	124	144

Deskriptive mål er

$$\bar{d} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} d_i = 21.53,$$

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (d_i - \bar{d})^2} = 38.29.$$

- a)** Anta at  $X_{1i}$  og  $X_{2i}$  er normalfordelte,  $X_{1i} \sim N(\mu_1 + \beta_i, \sigma^2)$  og  $X_{2i} \sim N(\mu_2 + \beta_i, \sigma^2)$ ,  $i = 1, \dots, 15$ .

Basert på dette forsøket, kan Darwin konkludere med at kryssbefruktede planter er høyere enn selvbefruktede planter? Skriv ned null og alternativ hypotese, velg en testobservator og gjennomfør en hypotesetest. Bruk signifikansnivå  $\alpha = 0.05$ .

- b)** Anta at  $X_{1i}$  og  $X_{2i}$  ikke er normalfordelte (men har symmetriske fordelinger rundt forventningsverdiene). Utfør en fortegnstest (sign test) for å teste om kryssbefruktede planter blir høyere enn selvbefruktede planter.

## Oppgave 5

I en studie undersøkte man om temperamentet til ektemenn og hustruer var uavhengige. 111 ektepar ble tilfeldig valgt og en slektning av ekteparet kryssklasifiserte ektemannen og hustruen til enten å ha et godt eller dårlig temperament.

- a) Er det grunn til å tro at temperamentet (godt/dårlig) til ektemannen er avhengig av temperamentet (godt/dårlig) til hustruen? Skriv ned null hypotesen og den alternative hypotesen og utfør en hypotesetest basert på tabellen. Bruk signifikansnivå 0.05.

	God hustru	Dårlig hustru
God ektemann	24	27
Dårlig ektemann	34	26