Øving 5

Oppgave 1

Vi skal gjøre en hypotesetest basert på en stikkprøve med n målinger, som har snitt $\overline{X}$ og kjent standardavvik σ. Hypotesetesten vi skal gjennomføre, har nullhypotesen H_0 og mothypotesen H_1 som er definerte slik:

H_0: $\mu = \mu_0$
H_1: $\mu > \mu_0$,

Vi skal avgjøre hypotesetesten med et signifikansnivå α = 5 %. Hvilke av følgende påstander knyttet til en slik hypotesetest er **riktige**:

A. La oss si at vi ønsker å avgjøre hypotesetesten ved hjelp av signifikanssannsynlighet (p-verdi). Dersom signifikanssannsynligheten blir p = 0,08, skal H_0 forkastes.
B. La oss si at vi ønsker å avgjøre hypotesetesten ved hjelp av en testobservator U_0. Dersom det viser seg at $|U_0| > u_{0,05}$, skal vi forkaste nullhypotesen.
C. La oss si at vi ønsker å avgjøre hypotesetesten ved hjelp av en testobservator U_0. Dersom det viser seg at $|U_0| < u_{0,05}$, skal vi forkaste nullhypotesen.
D. La oss si at vi ønsker å avgjøre hypotesetesten ved hjelp av en testobservator U_0. Dersom det viser seg at $|U_0| > u_{0,025}$, skal vi forkaste nullhypotesen.
E. La oss si at vi ønsker å avgjøre hypotesetesten ved å beregne kritisk verdi. Vi bestemmer kritisk verdi k for hypotesetesten ved å finne en k som oppfyller $P(X > k \mid \mu_0) = \alpha$
F. La oss si at vi ønsker å avgjøre hypotesetesten ved å beregne kritisk verdi. Vi bestemmer kritisk verdi k for hypotesetesten ved å finne en k som oppfyller $P(X < k \mid \mu_0) = \alpha$.
G. Dersom styrkefunksjonen $\beta(\mu)$ = 0,95 for en bestemt verdi av μ, er det 95 % sannsynlighet for at μ faktisk har denne verdien.
H. Dersom styrkefunksjonen $\beta(\mu)$ = 0,95 for en bestemt verdi av μ, er det 95 % sannsynlighet for vi skal akseptere nullhypotesen H_0 gitt at μ har denne verdien.
I. Dersom styrkefunksjonen $\beta(\mu)$ = 0,95 for en bestemt verdi av μ, er det 95 % sannsynlighet for vi skal akseptere mothypotesen H_1 gitt at μ har denne verdien.

Oppgave 2

Programmet "Matkontrollen" på TV2 sjekket nylig vekta av biff som selges som 400 gram-pakninger. Følgende 10 målinger ble gjort av vekta (alle tall i gram):

388,8 380 377 397,3 368 381,6 394,8 390 375,9 383,1

Gir stikkprøven grunnlag for å hevde at det er for lite kjøtt i pakningen, dersom vi antar at kjøttmengden er normalfordelt med $\mu = 400$ g og vi bruker 5 % signifikansnivå?

Oppgave 3

En elektronikkbedrift produserer komponenter der andelen defekte enheter har vært 8,0 % det siste året, men produksjonssjefen mistenker at denne andelen har økt den siste tiden. I en stikkprøve av 200 komponenter er det 21 defekte enheter.

Sett opp en nullhypotese og utfør en hypotesetest for å avgjøre om det er grunnlag for å hevde at andelen defekte enheter har økt den siste tiden ved et signifikansnivå på 5 % [Hint: hva er sannsynligheten for det observerte antall defekte enheter, dersom nullhypotesen er sann?].

Oppgave 4

En metallvarefabrikk produserer aluminiumsplater med tykkelse $\mu = 2{,}0$ mm og kjent standardavvik $\sigma = 0{,}030$ mm. Valsen som ruller ut platene må av og til kalibreres for å unngå at platene enten blir for tynne eller for tykke, og produksjonslederen har gjort følgende stikkprøve av 10 platetykkelser:

2,02 1,97 1,98 1,93 1,95 2,01 1,98 1,97 1,93 1,97

Gjennomfør en egnet hypotesetest for å avgjøre hvorvidt maskineriet er riktig kalibrert med et signifikansnivå på 1 %.

Oppgitt:

$$\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} X_i = 1{,}971$$

Oppgave 5

Kaffemengden X som en kaffeautomat leverer, er normalfordelt med $\mu = 1{,}50$ dl. Standardavviket av kaffemengden er ukjent, men følgende 15 målinger ble gjort av innholdet i et kaffebeger (alle tall i dl):

1,43 1,51 1,48 1,44 1,36 1,48 1,45 1,46 1,58 1,45 1,40 1,53 1,42 1,50 1,52

Oppgitt:

$$\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} X_i = 1{,}467 \qquad \frac{1}{14}\sum_{i=1}^{15}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = 0{,}00312$$

Gjennomfør en hypotesetest for å undersøke hvorvidt μ er **mindre** enn 1,50 dl med et signifikansnivå på 5 % (dvs. om kaffeautomaten doserer **for lite** kaffe i begeret).

Oppgave 6

Anta at levetiden T for en spesiell type nødbatterier (målt i timer) er Weibullfordelt slik:

$T \sim W(\beta = 0{,}5,\ \eta = 100)$, der T og η angis i timer.

a) Bestem gjennomsnittlig levetid for slike batterier.
b) Beregn sannsynligheten for at ett slik batteri skal vare mer enn 48 timer.

Et stort datasenter skal installere en bank med mange slike batterier i tilfelle strømbrudd. Hvert batteri kan antas å operere uavhengig av de andre.

c) Hvor mange batterier må installeres for at sannsynligheten er 99 % for at minst 10 batteri varer mer enn 48 timer (da er datasenteret nesten garantert stabil drift i 2 døgn selv uten strøm)?

Oppgave 7

I figuren under er det inntegnet sammenhørende datapunkter for to variable X og Y.

Angi for hver enkelt graf hvorvidt korrelasjonskoeffisienten mellom X og Y er positiv, negativ eller omtrentlig lik null.