

Vi kan for eksempel betrakte mengden

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : 0 < x < \sqrt{2}\}.$$

Vi antar at A har en minste øvre skranke (supremum eller “least upper bound”) i \mathbb{Q} . Målet er å vise at denne antagelsen leder til en selvmotsigelse.

La oss kalte supremum til A (eller $\sup A$) for a . Siden $\sqrt{2}$ ikke er et rasjonalt tall, må vi enten ha $a < \sqrt{2}$ eller $a > \sqrt{2}$. Hvis $a < \sqrt{2}$, kan vi finne et positivt heltall n slik at $1/n < \sqrt{2} - a$. Men da er $a + 1/n$ med i A og $a + 1/n > a$, hvilket strider mot at a er en øvre skranke. Hvis på den annen side $a > \sqrt{2}$, kan vi finne et positivt heltall n slik at $1/n < a - \sqrt{2}$. Men i så fall er også det rasjonale tallet $a - 1/n$ en øvre skranke for A , hvilket strider mot at a er den *minste* øvre skranken for A . Vi har oppnådd en selvmotsigelse og konkluderer at de rasjonale tall ikke har kompletthetsegenskapen.