

Oppgave 67

Anta f er en kontinuertlig og odd funksjon. Da er $f(-x) = -f(x)$. Bruker substitusjonen

$$\begin{aligned}u &= -x \\du &= -dx \\x = -a &\Rightarrow u = a \\x = 0 &\Rightarrow u = 0.\end{aligned}$$

Har da

$$\begin{aligned}\int_{-a}^0 f(x)dx &= \int_a^0 -f(-u)du \\&= \int_0^a f(-u)du \\&= \int_0^a -f(u)du \\&= -\int_0^a f(u)du \\&= -\int_0^a f(x)dx.\end{aligned}$$

Derfor er

$$\begin{aligned}\int_{-a}^a f(x)dx &= \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx \\&= -\int_0^a f(x)dx + \int_0^a f(x)dx \\&= 0.\end{aligned}$$