

Oppgave 68

Anta f er en kontinuert og like funksjon. Da er $f(-x) = f(x)$. Bruker substitusjonen

$$u = -x$$

$$du = -dx$$

$$x = -a \Rightarrow u = a$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 0.$$

Har da

$$\begin{aligned}\int_{-a}^0 f(x)dx &= \int_a^0 -f(-u)du \\ &= \int_0^a f(-u)du \\ &= \int_0^a f(u)du \\ &= \int_0^a f(x)dx.\end{aligned}$$

Derfor er

$$\begin{aligned}\int_{-a}^a f(x)dx &= \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx \\ &= \int_0^a f(x)dx + \int_0^a f(x)dx \\ &= 2 \int_0^a f(x)dx.\end{aligned}$$