

**Oppgave 54**

Gitt  $y^2 = x^2(x + 3)$ , ligger vårt område over og under x-aksen på intervallet  $[-3, 0]$ . På grunn av symmetri har vi

$$A = 2 \int_{-3}^0 -x\sqrt{x+3}dx. \quad (1)$$

Minustegnet i likning (1) kommer fordi  $x < 0$  og  $\sqrt{x+3}$  for  $-3 < x < 0$ . Bruker substitusjonen

$$u = x + 3$$

$$du = dx$$

$$x = -3 \Rightarrow u = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 3.$$

Da har vi

$$\begin{aligned} A &= 2 \int_{-3}^0 -x\sqrt{x+3}dx \\ &= 2 \int_0^3 (3-u)u^{\frac{1}{2}}du \\ &= 2 \left[ 2u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}} \right]_0^3 \\ &= \frac{24}{5}\sqrt{3}. \end{aligned}$$