

Oppgave 41

La $f(x) = (1 - x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$ for $x \in [0, 1]$. Ser på grafen i første kvadrant. Da er

$$\sqrt{1 + f'^2(x)} = x^{-\frac{1}{3}}.$$

På grunn av symmetri, får vi den totale lengde

$$\begin{aligned} L &= 4 \lim_{a \rightarrow 0^+} \int_a^1 x^{-\frac{1}{3}} dx \\ &= 4 \lim_{a \rightarrow 0^+} \left[\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \right] \\ &= 6. \end{aligned}$$