

Oppgave 32

a) Kunne løst oppgaven ved å se at likninga er separabel, men bruker en integrerende faktor

$$\rho(t) = e^{kt},$$

og får

$$\begin{aligned} e^{kt} \frac{dv}{dt} + k e^{kt} v(t) &= 0 \\ \frac{d}{dt}(e^{kt} v(t)) &= 0 \\ e^{kt} v(t) &= C \\ v(t) &= C e^{-kt}. \end{aligned}$$

Setter man at hastigheten til å begynne med er 0, får man at $C = v_0 = v(0)$. Posisjonen $x(t)$ kan finnes slik:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_0 e^{-kt} \\ x(t) &= \int v_0 e^{-kt} dt + C \\ &= -\frac{v_0}{k} e^{-kt} + C \end{aligned}$$

Siden $x(0) = x_0$, får man

$$C = \frac{v_0}{k} + x_0,$$

og

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{v_0}{k} e^{-kt} + \frac{v_0}{k} + x_0 \\ &= x_0 + \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt}). \end{aligned}$$

b) Vi får

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_0 + \frac{v_0}{k},$$

fordi $k > 0$. Total tilbakelagt distanse er da $\frac{v_0}{k} < \infty$.