

Ulikheter

$$\text{Rep : } 2 - 3x < 7$$

$$-3x < 5$$

$$\underline{\underline{x > -5/3}}$$

$$(\text{evt. } x \in (-\frac{5}{3}, \infty)).$$

NB : När en ulikhet multipliceras med
et negativt tall snär ulikhetsteget!

Exempel

$$\frac{5}{|2x-3|} < 1$$

$$5 < |2x-3|$$

$\Downarrow$

$$5 < (2x-3)$$

$\wedge$

$$5 < -(2x-3)$$

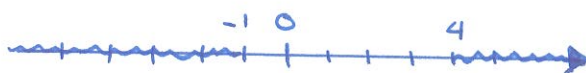
$$8 < 2x$$

$$5 < -2x + 3$$

$$\underline{\underline{4 < x}}$$

$$2x < -2$$

$$\underline{\underline{x < -1}}$$



$$\underline{\underline{x \in (-\infty, -1) \cup (4, \infty)}}$$

$$1 < |7x - 1| < 3$$

$$i) \quad 1 < |7x - 1|$$

$$1 < (7x - 1) \quad \wedge \quad 1 < -(7x - 1)$$

$$1 < 7x - 1$$

$$1 < -7x + 1$$

$$2 < 7x$$

$$0 < -7x$$

$$\underline{\frac{2}{7} < x}$$

$$\underline{0 > x}$$

$$ii) \quad |7x - 1| < 3$$

$$(7x - 1) < 3 \quad \wedge \quad -(7x - 1) < 3$$

$$7x - 1 < 3$$

$$-7x + 1 < 3$$

$$7x < 4$$

$$-7x < 2$$

$$\underline{x < \frac{4}{7}}$$

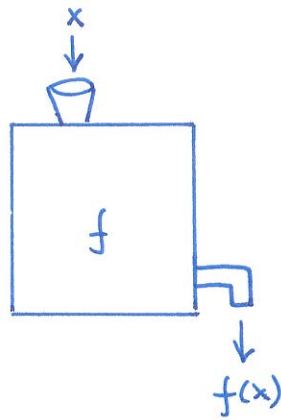
$$\underline{x > -\frac{2}{7}}$$



$$\underline{\underline{x \in (-\frac{2}{7}, 0)}}$$

Funksjoner og grafer (Kap. 1)

Definisjon: En reell-valuert funksjon f definert på en mengde $D \subseteq \mathbb{R}$ tar hvert element $x \in D$ til nøyaktig ett reelt tall $f(x)$.



- definisjonsmengde D : - de tallene x i kan putte inn i funksjonen. (domain)
- verdimengde : - de tallene y får ut (range)
- uavhengig variabel : x (kan velge fritt blant D)
- avhengig variabel : $f(x)$ (avhengig av x).

Eksempel : Heltallsfunksjonen

For hvert reelle tall x , la $g(x)$ betegne det største heltallet mindre enn eller lik x . F.eks :

$$g(2,5) = 2$$

$$g(0) = 0$$

$$g(-3,5) = -4$$

$$g(\pi) = 3$$

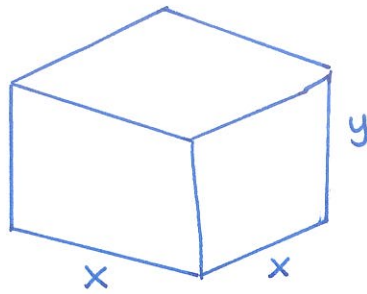
Heltallsfunksjonen : $g(x) = \lfloor x \rfloor$

$$\lfloor \pi \rfloor = 3$$

Matematisk modellering

Eksempel : En rektangulær boks med kvadratisk bunn har volum 125.

Uttrykk det totale overflatearealet A som funksjon av lengden av sidene i bunnen.



$$1) \quad V = x^2 y = 125$$

$$2) \quad A = 2x^2 + 4xy$$

$$1) \text{ gür } y = \frac{125}{x^2} \quad . \text{ Innsatt i 2) :}$$

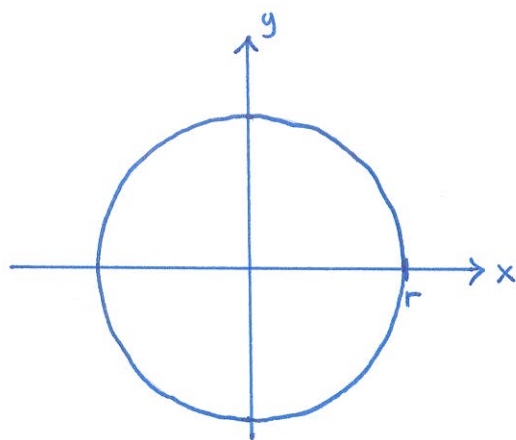
$$A(x) = 2x^2 + 4x \cdot \frac{125}{x^2}$$

$$A(x) = 2x^2 + \frac{500}{x} \quad ; \quad 0 < x < \infty .$$

Grafer

Definisjon : Grafen til en ligning av to variabler x og y , er mengden av alle punkter (x, y) i planet som tilfredsstiller ligningen.

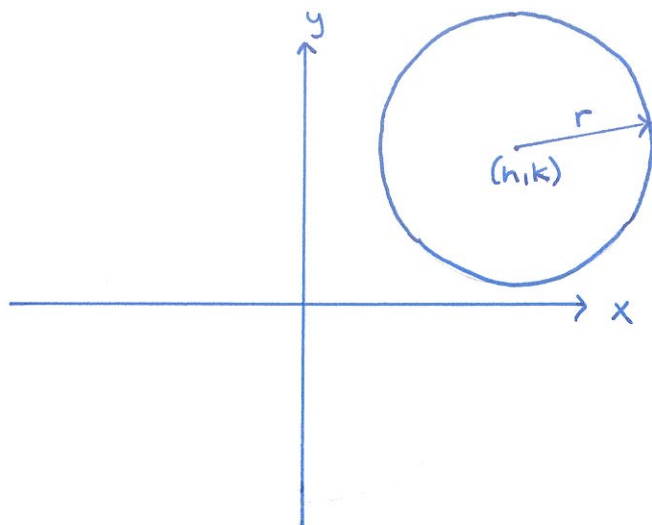
Eksempel : $x^2 + y^2 = r^2$; $r \in \mathbb{R}$.



Sirkel med
radius r ,
sentrum i origo.

Translasjon : Når grafen til en ligning blir translateret ("flyttet") h enheter til høyre og k enheter opp, vil ligninger til den translaterte kurven fremkomme ved å bytte ut x fra den opprinnelige ligningen med $x-h$ og y med $y-k$.

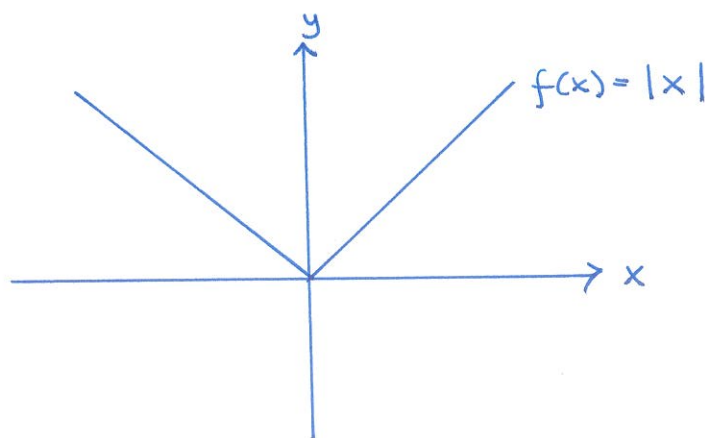
Eksempel



$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Definisjon : Grafen til funksjonen f er grafen til ligningen $y=f(x)$.

Vertikal linje-test : Enhver vertikal linje gjennom et punkt fra definisjonsmengden til en funksjon møter sin graf i nøyaktig ett punkt.



Flere funksjoner

- Rasjonale funksjoner : $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$,

der p og q er polynomer ($a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$)

Egenskaper : - endelig mange nullpunkt.

- asymptoter når nevner
er null mens teller $\neq 0$.

- Algebraiske funksjoner : konstrueres
ved polynomer sammen med
algebraiske operasjoner ($+$, $\div$, $\cdot$, $:$, $\sqrt{}$)
- Trigonometriske funksjoner : $\sin x$, $\cos x$
($\tan x$, inverse trigonometriske funksjoner...)

Komposisjon

Definisjon: Komposisjonen av de to funksjonene f og g er funksjonen $h = f \circ g$ definert ved

$$h(x) = f(g(x))$$

($\forall x$ i definisjonsmengden til g
s.a. $u = g(x)$ er def.-mengden til f).

Eksempel

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = 1 - x^2$$

$$f \circ g = f(g(x)) = f(1 - x^2) = \sqrt{1 - x^2} \quad ; \quad |x| \leq 1.$$

$$\begin{aligned} g \circ f &= g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = 1 - (\sqrt{x})^2 \\ &= 1 - x \quad ; \quad x \geq 0. \end{aligned}$$

Eksponeensialfunksjonen

$$f(x) = a^x \quad ; \quad a \in \mathbb{R}.$$

(merk forskjellen fra polynomene!)

logaritmer

$$y = \log_a x \quad ; \quad a^y = x.$$

tallet $a > 0$ betegner grunntallet
(som regel 10 på kalkulator).

Den naturlige logaritmen : $e = 2,71828 \dots$

Transendente ligninger

F.eks. $\cos x = x$.

Kan ikke løses med de algebraiske operasjonene i ligninger. Numeisk.