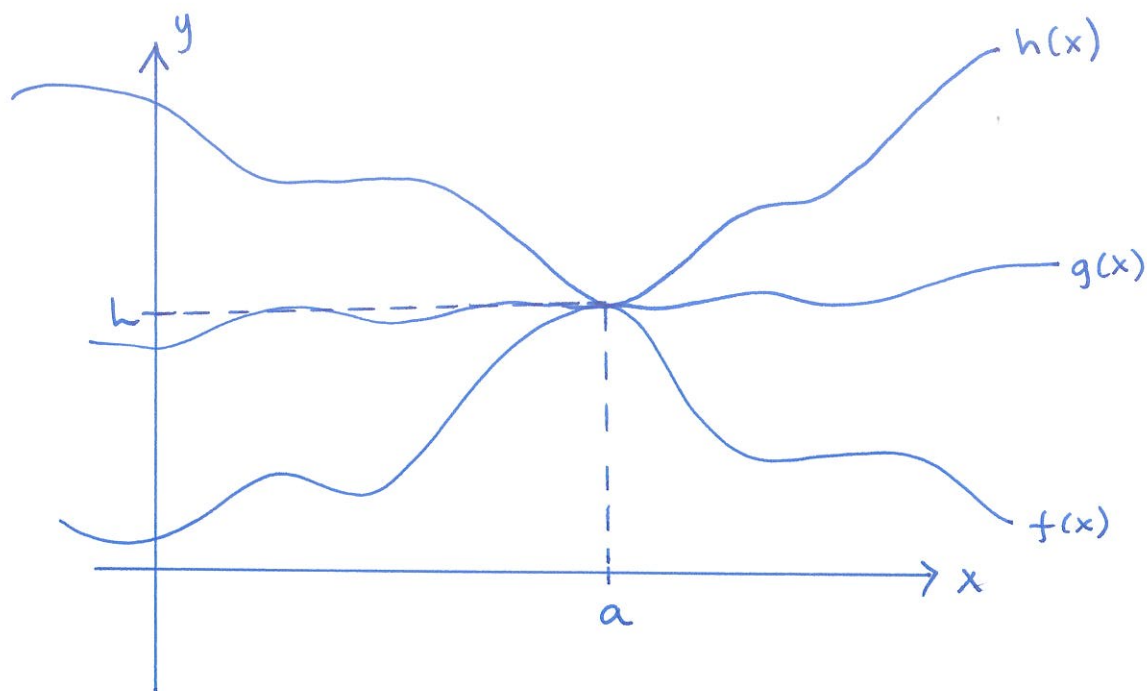




Eksempel

Beregn $h = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

Sinus har minsteverdi -1 og største verdi 1 .

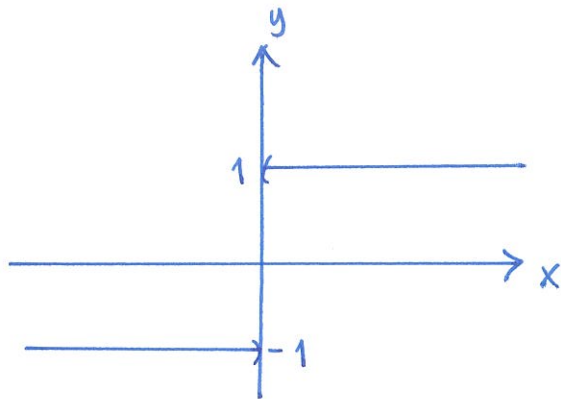
Derfor er

$$-|x| \leq x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq |x|.$$

Høyre og venstre side $\rightarrow 0$ når $x \rightarrow 0$,
derfor vil $h = 0$.

Ensidige grenser

Funksjonen $f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$



$f(x)$ har ikke en grense slik vi har definert grensebegrepet til nå.

Den har imidlertid en ensidig grense fra venstre og høyre.

Vi sier at $f(x)$ nærmer seg -1 fra venstre, og at $f(x)$ nærmer seg 1 fra høyre.

Ensidig grense fra høyre.

Anta at f er definert på intervallet (a, c) til høyre for a . Vi sier at tallet h er ensidig grense fra høyre for $f(x)$ når x nærmer seg a , og skriver

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = h,$$

forutsatt at vi kan gjøre tallet $f(x)$ så nær h som vi ønsker ved å velge punktet x i (a, c) nær nok a .

Analogt for venstresidig grense.

TEOREM

Anta at funksjonen f er definert for $x \neq a$ i et åpent intervall som inneholder punktet a .

Den to-sidige grensen

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

eksisterer og er like tallet h hvis
og bare hvis begge de ensidige grensene

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \quad \text{og} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

eksisterer og er like h .

Eksempel

Heltallsfunksjonen $f(x) = \lfloor x \rfloor$

(storste hele tall som er mindre enn
eller lik).

