

## Øvingsoppgaver

① Finn  $\frac{dy}{dx}$ .

a)  $y = \sqrt{x^3}$

b)  $y = (x^2 + 4x)^{5/2}$

c)  $y = \frac{x^4 + x^2}{x^2 + x + 1}$

d)  $y = 9x^{-1}$

e)  $y = \sqrt{\frac{1}{5x^6}}$

f)  $y = \frac{6x^2 + \sqrt{x}}{4}$

g)  $y = \sqrt{1 + \sin\sqrt{x}}$

h)  $y = \sqrt{x^6 + x^4}$

② Finn maks- og min for funksjonen

$$h(x) = x + \frac{1}{x}.$$

③ Olav Tryggvason-statuen på torvet i Trondheim er 3,9 meter høy og står på en 16,75 m høy sokkel av granitt. La  $\theta(t)$  være vinkelen som solens stråler danner med det horisontale torvet ved tidspunktet  $t$ . Hvor fort øker lengden av skyggen av statuen idet  $\theta = \pi/6$ , dersom  $\theta'(t) = -\pi/6$  rad/time?

④ Vis at funksjonen har nøyaktig ett nullpunkt, og bruk Newtons metode til å finne en tilnærmet verdi for dette med to sikre desimaler.

a)  $x^3 + 3x + 9$

b)  $x + \sin x + 1$

⑤ Finn en tilnærmet verdi for  $\pi$  med 9 sikre desimaler ved å bruke Newtons metode til å løse ligningen  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

⑥ Et tomt rektangulært svømmebasseng med lengde 25m og bredde 10m fylles med vann, 500 l/min. Bassen har en helning på  $\pi/6$  med horisontalplanet i lengderetningen. Hvor fort stiger vannhøyden i bassenget etter 10 minutter? Enn etter 65 timer?

⑦ Vis at for alle naturlige tall  $n$  er

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{i}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$$

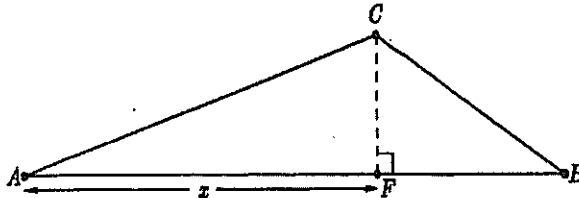
# Eksamensoppgaver, MA1101

①

a) Finn maksimum og minimum for funksjonen:

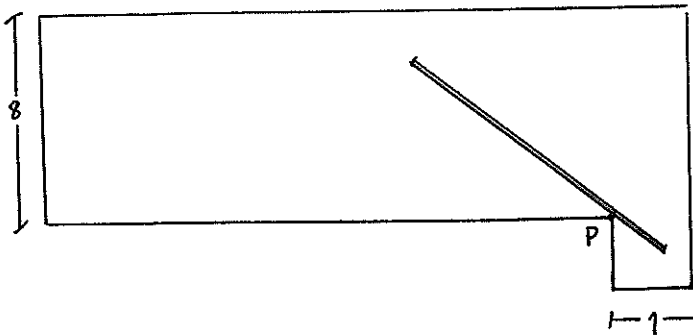
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(10-x)^2 + 4} \quad ; \quad x \in [0, 10].$$

b) Trekanten  $\triangle ABC$  der grunnlinjen  $AB$  har lengde 10 skal konstrueres slik at arealet er lik 10 og slik at summen av sidelengdene  $|AC| + |CB|$  blir minst mulig. Bestem lengden  $x = |AF|$  på figuren under denne forutsetning.



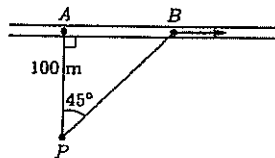
②

Finn lengden av det lengste røret som kan bæres horisontalt rundt hjørnet  $P$  fra en korridor av bredde 8 meter til en korridor av bredde 1 meter som antydnet på figuren.



③

En politimann med laser-pistol står i punktet  $P$  100 m fra en motorvei for å registrere biler som overskrider fartsgrensen. Han sikter mot en bil i punktet  $B$  som har passert det nærmeste punktet  $A$  på veien. Siktelinjen  $PB$  danner  $45^\circ$  med normalen  $PA$ . Han leser av at bilens avstand fra  $P$  i dette øyeblikk øker med 100 km/time. Hvor fort kjører bilen?



④

La  $f$  være funksjonen

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 2 \cos x \quad , \quad x \in [0, \pi]$$

a) Vis at  $f$  har et lokalt minimum  $c \in (1.8, 1.9)$ .

b) Bestem  $c$  med to desimalers nøyaktighet, korrekt avrundet.