

Oppgaver, samling 23. oktober.

① Vis at $y = e^{-x^2} + \frac{1}{2}$ er en løsning av differensiallikningen $y' + 2xy = x$.

② Finn alle løsningene av $y' + 2xy = x$.
(NB! Hva er forskjellen på oppgave ① og ②?)

Løs initialverdi problemet

③
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - y - 2}{x^2 + 2x + 2}, \quad y(-1) = 1.$$

a) Bestem grenseverdien

④

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1+t^2) dt}{x^3}.$$

b) Løs initialverdi problemet

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{yx^2}; \quad y(1) = 1.$$

5) a) Løs initialverdi problemet

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{y+1}}, \quad y(0) = 0.$$

b) Beregn buelengden til den delen av grafen til løsningen i (a) som ligger mellom $y = 0$ og $y = 2$. (Vink: Uttrykk buelengden som et integral m.h.p. y .)

6

Sauen Dolly er syk, og veterinæren Trude skal ta temperaturen. Idet termometeret settes i sauen, viser det 15°C . Etter 10 sekunder viser det 25°C og etter 20 sekunder er det nådd 31°C . Da blir Dolly rabiatt, og termometeret faller ut og går i stykker. Hvor høy temperatur hadde sauen?

Du kan anta at endringsraten til termometerets temperatur er proporsjonal med temperaturredningen mellom sau og termometer (Newtons avkjølings/oppvarmingslov).

7

Når strømmen går klokken 00.00 den 1. januar år 2000, sitter Kjell Magne på sitt kontor som da holder temperaturen 19.0°C . Fra dette tidspunkt avtar temperaturen på kontoret i samsvar med Newtons avkjølingslov: Temperaturendringen pr. tidsenhet er proporsjonal med differansen mellom inne- og utetemperatur. Utetemperaturen denne rekordkalde natten er -36.9°C . Klokken 01.00 er temperaturen på kontoret falt til 10.8°C . På Kjell Magnes bord står et glass med vann. Hva er klokken når vannet i glasset begynner å fryse?

8

Radioaktive stoffer nedbrytes med en hastighet som er proporsjonal med den til enhver tid gjenværende mengde av stoffet. Halveringstiden er den tiden det tar før en mengde av stoffet er halvert.

En ulykke i en reaktor førte til at det radioaktive stoffet Polonium-210 som har halveringstid på 140 dager, trengte seg inn i styringsrommet for reaktoren. Målinger viste at da lekkasjen var tettet, var det 8 ganger så meget Polonium-210 i rommet som den maksimalt tillatte mengden M . Hvor mange dager tar det før mengden Polonium-210 er redusert til M ?