

TMA4100 Matematikk 1 — Høsten 2007

Auditorieøving 12. Uke 45

1. Finn et mønster i følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ og skriv opp en formel for det generelle leddet a_n når

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{1}{5}, \quad a_3 = \frac{1}{8} \text{ og } a_4 = \frac{1}{11}$$

2. Konvergerer eller divergerer følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$? Finn grenseverdien $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ hvis følgen konvergerer.

$$(a) a_n = \frac{3n}{5n-2} \quad (b) a_n = \frac{\ln n}{\sqrt{n}} \quad (c) a_n = n \sin \frac{1}{n}$$

3. Tallfølgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er gitt ved

$$a_1 = 2 \quad \text{og} \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 4) \quad \text{for } n \geq 1.$$

Bruk induksjon til å vise at $a_n < 4$ for alle $n \geq 1$. Vis deretter at $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er en voksende følge. Bestem til slutt grenseverdien $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

4. Avgjør om rekken konvergerer:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}$$

$$(c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \cos n + \sin n^2}{n^3}$$

$$(e) \sum_{n=0}^{\infty} \tan^n 1 \quad (f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + n}{n^4 + \sqrt{n}}$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n} \quad (h) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$$