Oppgave- og svarark til underveiseksamen i MAT1100

DATO:	TIRSDAG 14/10, 2003.
TID:	KL. 9.00–11.00.
VEDLEGG:	FORMELSAMLING.
TILLATTE HJELPEMIDLER:	INGEN.

OPPGAVESETTET ER PÅ 2 SIDER.

Eksamen består av 20 oppgaver. De 15 første teller 2 poeng hver, de 5 siste teller 4 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å svare feil. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

1) (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = \arcsin(\sqrt{x}\,)$ er

☐ $\arccos(\sqrt{x}\,) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ ☐ $\arccos(\sqrt{x}\,)$ ☐ $\frac{1}{1+x}\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ☐ $\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$

2) (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = x^2 \arctan x$ er

☐ $2x \arctan x + \frac{x^2}{1+x^2}$ ☐ $2x \cdot \frac{1}{1+x^2}$ ☐ $2x \arctan x + \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ ☐ $\frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{1+x^2}$ ☐ $2x\frac{1}{\cos^2 x}$

3) (2 poeng) Det komplekse tallet $\frac{1+2i}{1-i}$ er lik

☐ -1 ☐ $\frac{-1+3i}{2}$ ☐ i ☐ $\frac{3+3i}{2}$ ☐ $\frac{3+i}{2}$

4) (2 poeng) Polarkoordinatene til det komplekse tallet $\sqrt{3} - i$ er:

☐ $r = 2,\ \vartheta = \frac{\pi}{6}$ ☐ $r = 2,\ \vartheta = -\frac{\pi}{3}$ ☐ $r = 2,\ \vartheta = \frac{7\pi}{6}$ ☐ $r = 2,\ \vartheta = \frac{4\pi}{6}$ ☐ $r = 2,\ \vartheta = -\frac{\pi}{6}$

5) (2 poeng) Et komplekst tall har polarkoordinater $r = 8,\ \vartheta = \frac{5\pi}{4}$. Tallet er

☐ $-4\sqrt{2} - 4i\sqrt{2}$ ☐ $4 + 4i$ ☐ $-8 + 8i\sqrt{2}$ ☐ $4\sqrt{2} - 4i\sqrt{2}$ ☐ $-4\sqrt{3} - 4i$

6) (2 poeng) Det komplekse tallet $e^{7\pi\, i/3}$ er lik

☐ $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ ☐ $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ ☐ $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

7) (2 poeng) Det *reelle* polynomet $P(z) = z^3 + az^2 + bz + c$ har 2 og i som røtter. Da er $P(z)$ lik

☐ $z^3 - 3z - 2$ ☐ $z^3 + 2z^2 + z + 2$ ☐ $z^3 + 2z^2 - z - 2$

☐ Har ikke nok opplysninger til å finne $P(z)$ ☐ $z^3 - 2z^2 + z - 2$

8) (2 poeng) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{2x}$ er lik

☐ 1 ☐ ∞ ☐ 1/2 ☐ 0 ☐ 2

9) (2 poeng) $\lim\limits_{x\to\infty} x\big(\arctan x - \frac{\pi}{2}\big)$ er lik

☐ 0 ☐ -1 ☐ $\frac{\pi}{2}$ ☐ 2 ☐ ∞

10) (2 poeng) $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \left(\cot x\right)^{\frac{1}{x-\frac{\pi}{4}}}$ er lik

☐ 1 ☐ $e^{\pi/4}$ ☐ 0 ☐ ∞ ☐ e^{-2}

11) (2 poeng) Når $x \to \infty$ har $f(x) = \sqrt{x^2+3x}$ asymptoten:

☐ $y = x + \frac{3}{2}$ ☐ $y = x$ ☐ $y = 3x$

☐ Det finnes ingen asymptote ☐ $y = x - 1$

12) (2 poeng) Funksjonen $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x + 1 & \text{når} \quad x \le 0 \\ ax + 1 & \text{når} \quad x > 0 \end{cases}$ er deriverbar i 0 når a er lik:

☐ 0 ☐ 1 ☐ 1/2 ☐ 2 ☐ Det finnes ingen slik a

13) (2 poeng) Funksjonen $f(x) = x^3 + 5x + 3$ har en omvendt funksjon f^{-1}. Den deriverte $(f^{-1})'(3)$ er lik

☐ 3 ☐ 5 ☐ $\frac{1}{32}$ ☐ 1/5 ☐ 5

14) (2 poeng) $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ er lik:

☐ $\frac{\pi}{4}$ ☐ $\frac{\pi}{2}$ ☐ 2 ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

15) (2 poeng) $\int \frac{2t}{\sin^2(t^2)} dt$ er lik:

☐ $-\frac{t^2}{\cos(t^2)}$ ☐ $\tan(t^2)$ ☐ $t^2 \cot(t^2)$ ☐ $-\arctan(t^2)$ ☐ $-\cot(t^2)$

16) (4 poeng) Det komplekse tallet $(1 + i\sqrt{3}\,)^{11}$ er lik:

☐ $1 + i3^{11/2}$ ☐ $2^{10}(1 - \sqrt{3}\,i)$ ☐ $2^{10}(\sqrt{3} + i)$ ☐ $2^{10}(-1 - \sqrt{3}\,i)$ ☐ $2^{11/2}(1 + i)$

17) (4 poeng) Funksjonen $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12$ er injektiv på intervallet:

☐ $[1, 3]$ ☐ $[-4, 1]$ ☐ $[2, \infty)$ ☐ $(-\infty, 0]$ ☐ $[-5, -2]$

18) (4 poeng) Du skal bruke definisjonen av kontinuitet til å vise at funksjonen $f(x) = 5x{+}3$ er kontinuerlig i punktet $a = 2$. Gitt $\epsilon > 0$, hvor liten må du velge $\delta > 0$ for at $|f(x) - f(2)| < \epsilon$ når $|x - 2| < \delta$?

☐ $\delta = \epsilon/3$ ☐ $\delta = \epsilon^{1/5}$ ☐ $\delta = \min\left\{\frac{\epsilon}{2}, 1\right\}$ ☐ $\delta = \epsilon/5$ ☐ $\delta = \epsilon^{1/3}$

19) (4 poeng) Hvilken ulikhet gjelder for alle $x > 0$?

☐ $\arctan x > \frac{x}{1+x^2}$ ☐ $\arctan x > x$ ☐ $\arctan x < \frac{\frac{\pi}{2}x}{1+x}$ ☐ $\arctan x < \frac{1}{1+x^2}$ ☐ $\arctan x < \sin x$

20) (4 poeng) I en likebeint trekant er de to like sidene 5 cm hver. Det største arealet trekanten kan ha er:

☐ $\frac{25}{4}\sqrt{3}$ cm^2 ☐ 25 cm^2 ☐ $\frac{25}{2}$ cm^2 ☐ $10\sqrt{2}$ cm^2 ☐ $5\sqrt{3}$ cm^2

SLUTT