Oppgave- og svarark til underveiseksamen i MAT 1100

Dato: Tirsdag 12/10, 2004
Tid: Kl. 9.00-11.00
Vedlegg: Formelsamling
Tillatte hjelpemidler: Ingen
Oppgavesettet er på 4 sider

Eksamen består av 20 spørsmål. De 10 første teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

1. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = x \arctan x$ er:
- ☐ $1 \cdot \frac{1}{1+x^2}$
- ☐ $\arctan x + \frac{x}{1+x^2}$
- ☐ $\arctan x + \frac{x}{\arccos^2 x}$
- ☐ $\frac{x}{1+x^2}$
- ☐ $\arctan x - \frac{x}{\sin^2 x}$

2. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = (\cot x)^2$ er:
- ☐ $2\frac{\cot x}{1+x^2}$
- ☐ $2 \cot x$
- ☐ $2\frac{\cot x}{\tan x}$
- ☐ $2\frac{\cot x}{\cos^2 x}$
- ☐ $-2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$

3. (2 poeng) Det komplekse tallet $\frac{2+i}{3-i}$ er lik:
- ☐ $\frac{1+i}{2}$
- ☐ $\frac{2}{3} - i$
- ☐ $\frac{5+5i}{8}$
- ☐ $\frac{7+i}{10}$
- ☐ $\frac{-1+7i}{3}$

4. (2 poeng) Polarkoordinatene til det komplekse tallet $-\sqrt{3} + i$ er:
- ☐ $r = 2, \theta = \frac{5\pi}{6}$
- ☐ $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{5\pi}{6}$
- ☐ $r = 2, \theta = \frac{\pi}{6}$
- ☐ $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{6}$
- ☐ $r = 2, \theta = \frac{7\pi}{6}$

5. (2 poeng) Polarkoordinatene til et komplekst tall er $r = 4, \theta = \frac{11\pi}{6}$. Tallet er:

- ☐ $-2\sqrt{3} + 2i$
- ☐ $2\sqrt{3} - 2i$
- ☐ $2\sqrt{3} + 2i$
- ☐ $-2 + i2\sqrt{3}$
- ☐ $-4\sqrt{3} + 4i$

6. (2 poeng) Det komplekse tallet $3e^{8\pi i/3}$ er lik:

- ☐ $-\frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ☐ $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ☐ $\frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ☐ $-\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ☐ $\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2}$ er lik:

- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ 0
- ☐ ∞
- ☐ 2
- ☐ 1

8. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\infty} \frac{7x^3+2x^2}{4-3x^3}$ er lik:

- ☐ $-\frac{2}{3}$
- ☐ $-\frac{1}{2}$
- ☐ ∞
- ☐ $\frac{7}{4}$
- ☐ $-\frac{7}{3}$

9. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\frac{1}{x-\frac{\pi}{4}}}$ er lik:

- ☐ e
- ☐ 1
- ☐ ∞
- ☐ $e^{\frac{1}{2}}$
- ☐ e^2

10. (2 poeng) Den omvendte funksjonen til $f(x) = 2x + 3$ er:

- ☐ $g(x) = \frac{1}{2x+3}$
- ☐ $g(x) = \frac{x}{3} - \frac{5}{2}$
- ☐ $g(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$
- ☐ $g(x) = \frac{1}{2x} + \frac{1}{3}$
- ☐ $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$

11. (3 poeng) Funksjonen f er injektiv, og vi vet at $f(2) = 3$ og $f'(2) = \frac{1}{4}$. Hvis g er den omvendte funksjonen til f, vet vi også at:

☐ $g'(\frac{1}{4}) = 2$
☐ $g'(2) = 3$
☐ $g'(2) = 4$
☐ $g'(3) = \frac{1}{4}$
☐ $g'(3) = 4$

12. (3 poeng) Det *reelle* fjerdegradspolynomet $P(z)$ har $2i$ og $1 + i$ som røtter. $P(z)$ er lik:

☐ $z^4 + z^3 + 5z^2 + 4z + 4$
☐ $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8$
☐ $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$
☐ $z^4 - 2z^3 + 2z^2 - 3z + 8$
☐ $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 4z + 8$

13. (3 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^3+x^2}-\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$ er lik:

☐ 0
☐ $\frac{1}{2}$
☐ ∞
☐ 2
☐ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

14. (3 poeng) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{hvis } x < 0 \\ 2x + 1 & \text{hvis } x \geq 0 \end{cases}$. Er

(i) f kontinuerlig i 0? (ii) f deriverbar i 0?

☐ Både (i) og (ii)
☐ Ingen av delene
☐ (i), men ikke (ii)
☐ (ii), men ikke (i)
☐ Gir ikke mening siden 0 er bruddpunktet

15. (3 poeng) Når $x \to \infty$, har funksjonen $f(x) = xe^{\frac{2}{x}}$ asymptoten:

☐ $y = x + 2$
☐ Den har ingen asymptote
☐ $y = x$
☐ $y = x - 1$
☐ $y = 2x - 1$

16. (3 poeng) Integralet $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,dx$ er lik:

☐ $e^x \arctan e^x + C$
☐ $\ln(1 + e^{2x}) + C$
☐ $e^x \ln(1 + e^{2x}) + C$
☐ $e^x + e^{-x} + C$
☐ $\arctan e^x + C$

17. (3 poeng) $\cos 75°$ er lik ($75°$ er det samme som $\frac{5\pi}{12}$ radianer):

☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
☐ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
☐ $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{4}$
☐ $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{6}$
☐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

18. (3 poeng) Du skal bruke definisjonen av kontinuitet til å vise at funksjonen gitt ved $f(x) = 7x - 4$ er kontinuerlig i $a = 3$. Gitt $\epsilon > 0$, hvor liten må du velge δ for at $|f(x) - f(3)| < \epsilon$ når $|x - 3| < \delta$?

☐ Mindre enn $\min\{\frac{\epsilon}{2}, 1\}$
☐ Mindre enn $\frac{1}{\epsilon}$
☐ Mindre enn $\min\{\frac{\epsilon}{3}, 1\}$
☐ Mindre enn $\frac{\epsilon}{7}$
☐ Mindre enn $\frac{\epsilon}{4}$

19. (3 poeng) Den deriverbare funksjonen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ skjærer linjen $y = ax + b$ tre steder. Da vet vi at:

☐ Det finnes nøyaktig ett punkt x der $f(x) = b$
☐ f har et maksimums- og et minimumspunkt
☐ Det finnes minst to punkter x der $f'(x) = a$
☐ Det finnes et punkt x der $f(x) = a$
☐ Det finnes nøyaktig ett punkt x der $f'(x) = a$

20. (3 poeng) En radar er plassert 14 meter over en vannrett vei. I et bestemt øyeblikk er avstanden fra radaren til en bil på bakken 50 meter og avtar med en fart på 24m/s. Hvor fort kjører bilen? (Du kan få bruk for at $\sqrt{2304} = 48$.)

☐ 24m/s
☐ 22.5m/s
☐ 23.04m/s
☐ 25m/s
☐ 27.5m/s

Slutt