TMA4100 Matematikk 1 – høsten 2019

Oversiktsforelesning 1

Kalkulus

- Kontinuitet, konvergens, og integral- og differensialregning
- Svært viktig matematisk byggverk
- Grunnlaget for moderne fysikk, naturvitenskap og teknologi
- Kalkulus ble i hovedsak utviklet fra slutten av 1600-tallet og nådde sin nåværende form på slutten av 1800-tallet

Nøkkelbegreper — uke 34

- Kompletthetsegenskapen for reelle tall
- Grenseverdier
- Kontinuitet
- Ekstremalverdisetningen
- Skjæringssetningen

Kompletthetsegenskapen for reelle tall

De reelle tallene fyller «hull» i mengden av rasjonale tall slik som $\sqrt{2}, e, \pi$ og så videre.

$$\begin{aligned}\mathbb{R} = \{&\text{desimaltall med et endelig} \\ &\text{eller uendelig antall desimaler}\}\end{aligned}$$

Grenseverdi

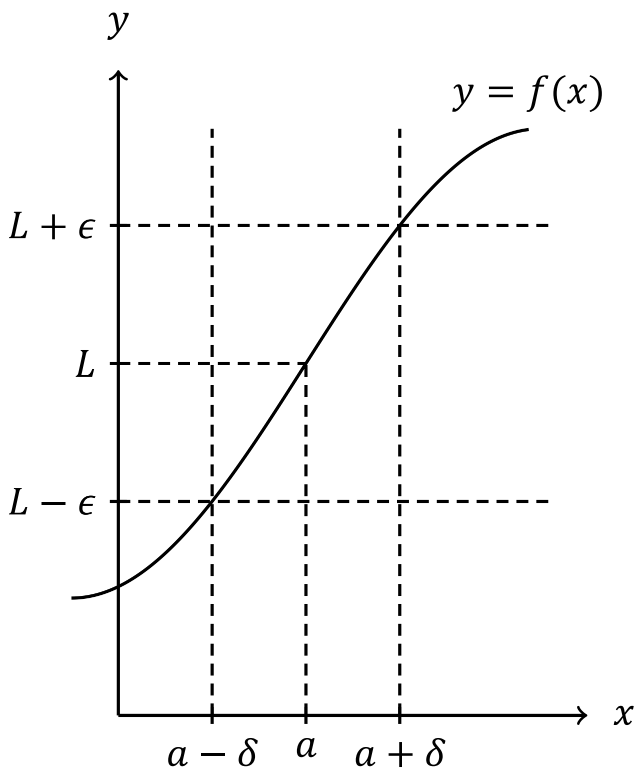
Vi sier at $f(x)$ nærmer seg L som grenseverdi når x går mot a,

$$\lim_{x \to a} f(x) = L,$$

hvis det for ethvert tall $\epsilon > 0$ finnes et tall $\delta > 0$ slik at

$$|\, f(x) - L \,| < \epsilon$$

når $0 < |x - a| < \delta$.



Regneregler for grenseverdier

Anta at

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \quad \text{og} \quad \lim_{x \to a} g(x) = M.$$

Da gjelder

1. $\lim\limits_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = L \pm M$
2. $\lim\limits_{x \to a} f(x)g(x) = LM$
3. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$ forutsatt at $M \neq 0$.

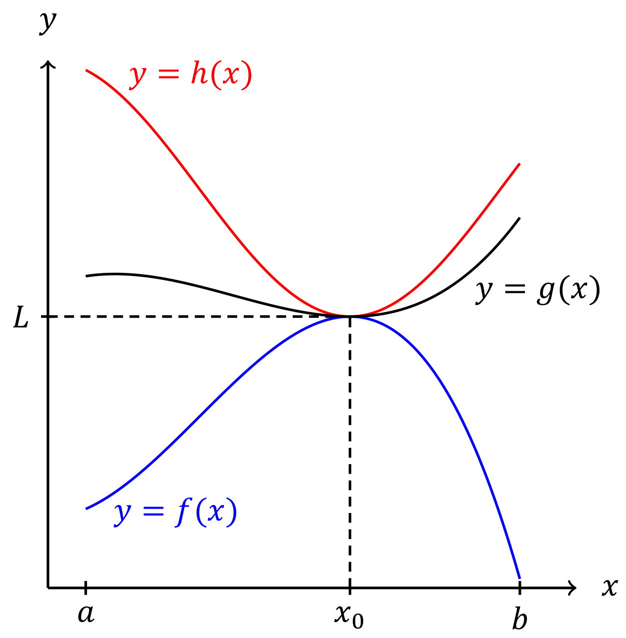
Skviseregelen

Hvis $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ holder for alle x i et åpent intervall som inneholder x_0, men ikke nødvendigvis i $x = x_0$, og

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \quad \text{og} \quad \lim_{x \to x_0} h(x) = L$$

så er

$$\lim_{x \to x_0} g(x) = L.$$

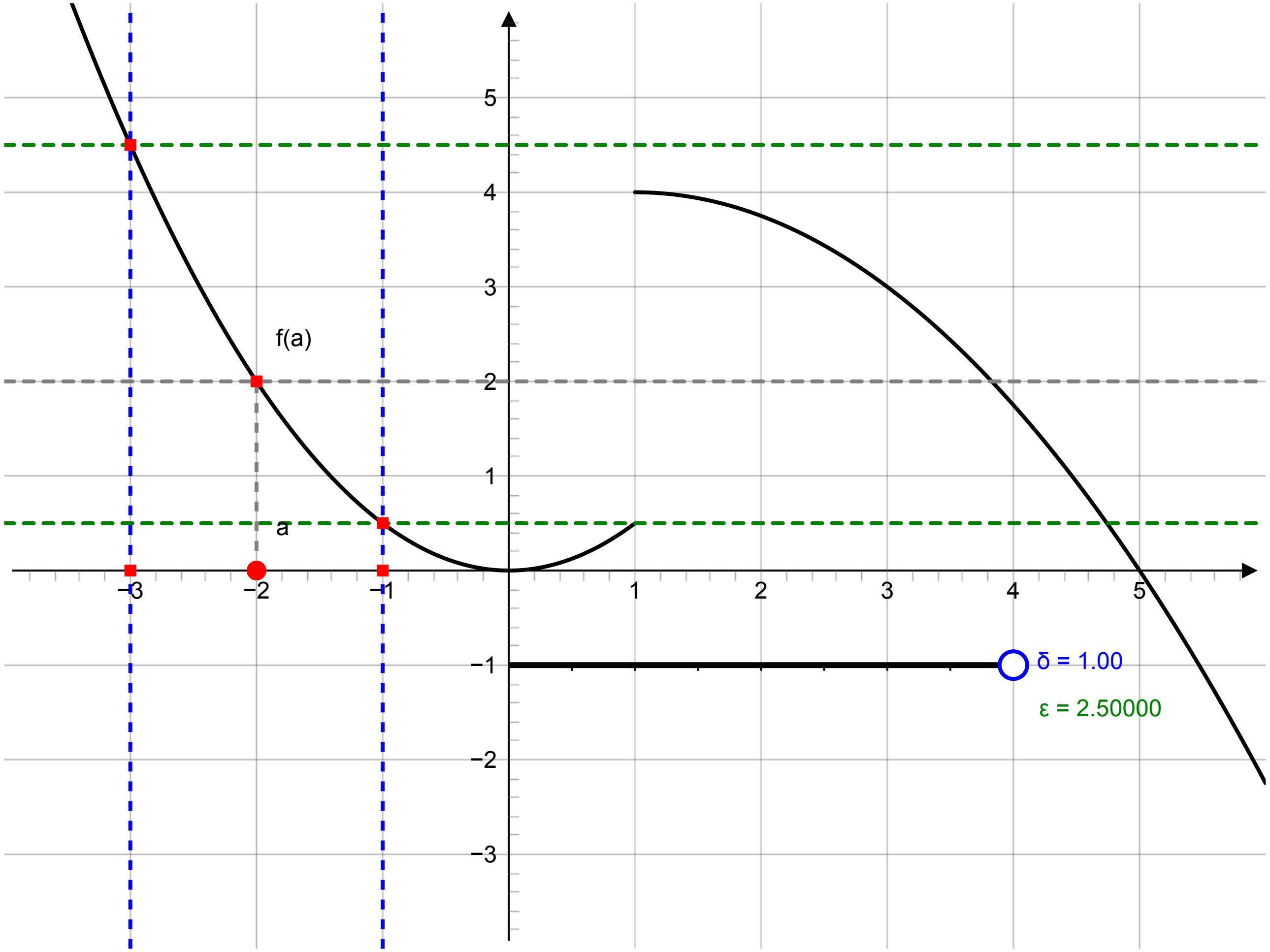


Kontinuitet

Anta at $f(x)$ er definert på intervallet $(a-c, a+c)$.

Vi sier at f er kontinuerlig i $x = a$ dersom

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$


f(a)
a
δ = 1.00
ε = 2.50000

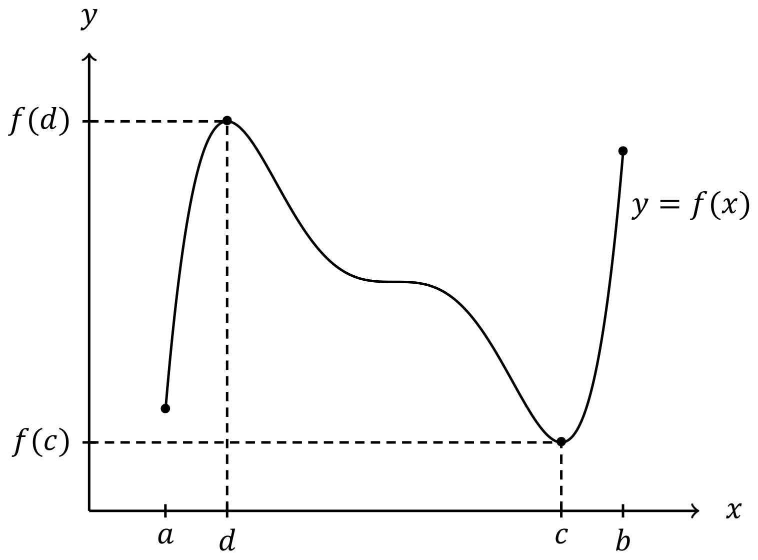
Ekstremalverdisetningen

Anta at $f(x)$ er kontinuerlig på $[a, b]$.

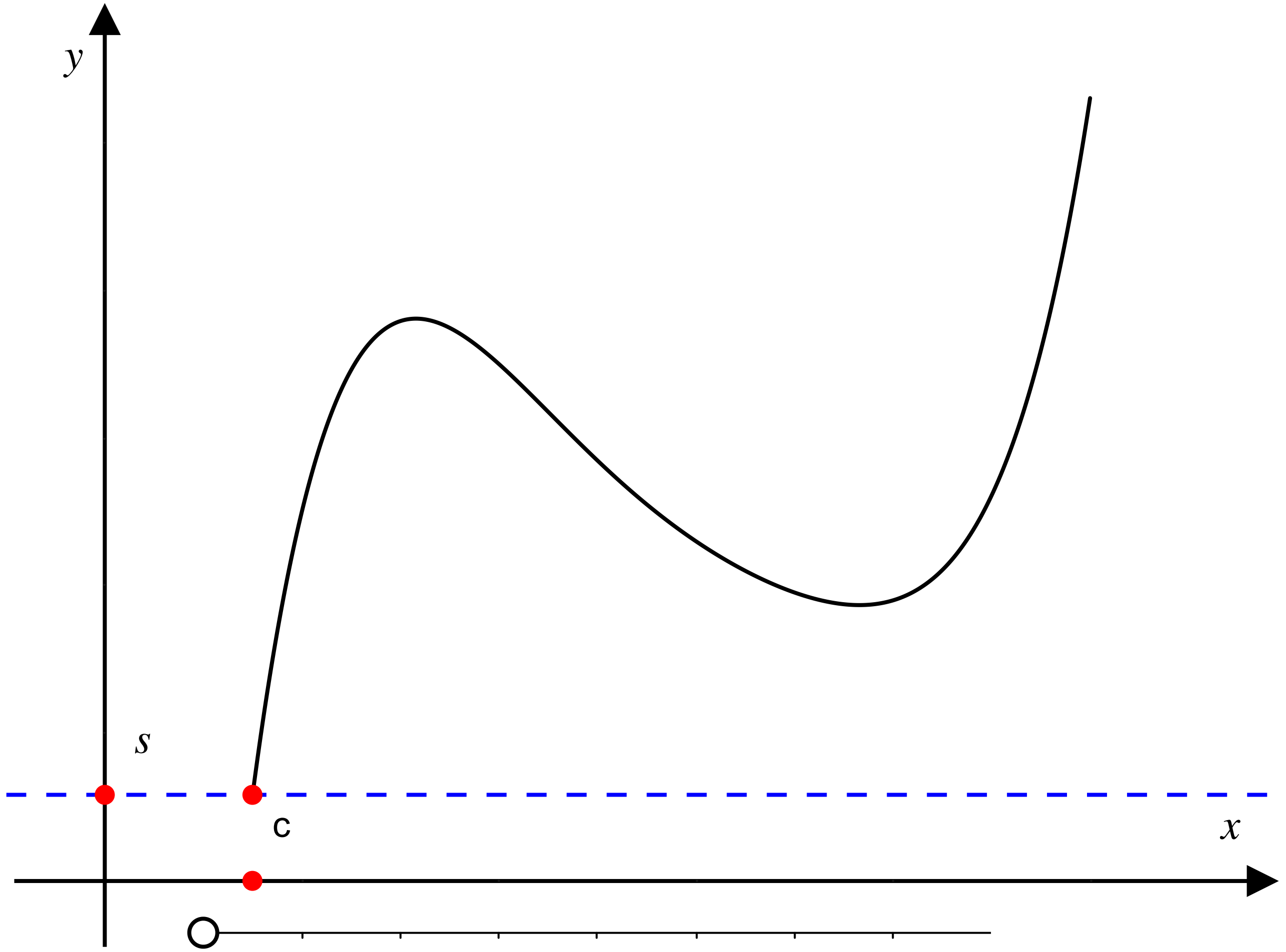
Da fins det tall c, d i $[a, b]$ slik at

$$f(c) \leq f(x) \leq f(d)$$

for alle $x \in [a, b]$.



Skjæringssetningen



Skjæringssetningen

Anta at $f(x)$ er kontinuerlig på $[a, b]$.

Hvis $f(a) \neq f(b)$ og s ligger mellom $f(a)$ og $f(b)$, så finnes det et tall c, der $a < c < b$, slik at

$$f(c) = s.$$