

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS - TEST I

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:30

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Alle hjelpemidler tillatt. Samarbeid er juks.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☒

sort/hvit ☒ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 Finn en (valgfri) mengde A slik at $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

har en invers funksjon, og skisser f og f^{-1} .

Oppgave 2 Gjør rede for at følgen

$$f(n) = \frac{2 + n^2}{1 + n^2}$$

konvergerer.

Oppgave 3 Gjør rede for at likningen

$$x^2 = e^x$$

har minst en løsning.

Oppgave 4 Likningen

$$x^2 = e^x$$

har en løsning $r < 0$. Lag et pythonscript som finner denne ved Newtons metode.

Oppgave 5 Gjør rede for at

$$\ln 2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}.$$

Oppgave 6 Finn den inverse matrisen til

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

og bruk den til å løse systemet

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ x + 3y + 6z = 4 \end{cases}$$

Oppgave 7 Skriv arealet

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

som en uendelig rekke, og bruk denne til å finne et estimat for arealet.

Oppgave 8 Et volum fremkommer ved å dreie funksjonen $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved $f(x) = \sin x$ en gang om x -aksen. Finn dette volumet.

Oppgave 9 Skriv et pythonscript som bruker Eulers eksplisitte metode til å beregne en tilnærming til $y(1)$, der y løser initialverdiproblemet

$$y'(t) + \sqrt{y(t)} = 0 \quad y(0) = 1.$$

Oppgave 10 Anta at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = L$$

og la c være et tall. Vis at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} cf(n) = cL.$$