

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS - TEST III

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:30

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Alle hjelpemidler tillatt. Samarbeid er juks.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☒

sort/hvit ☒ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 Gjør rede for at funksjonen $f : [-\frac{1}{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \sqrt{2x + 1}$$

er har en invers funksjon, og skisser denne.

Oppgave 2 Et volum fremkommer ved å dreie funksjonen $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved $f(x) = \cos x$ en gang om y -aksen. Skisser omdreiningslegemet og finn volumet.

Oppgave 3 Vi studerer likningen $x = 1 + \arctan x$.

a) Argumenter for at likningen har en og bare en løsning.

b) Argumenter for at fikspunktiterasjonen

$$x_{n+1} = 1 + \arctan x_n$$

konvergerer mot løsningen uansett hva x_0 er.

c) Skriv et pythonscript som løser likningen numerisk med fikspunktiterasjon.

Oppgave 4 Skriv et pythonscript som bruker Eulers implisitte metode til å beregne en tilnærming til $y(1)$, der y løser initialverdiproblemet

$$y'(t) + \sqrt{y(t)} = 0 \quad y(0) = 1.$$

Oppgave 5 Beregn volumet til parallelepipedet utspent av kolonnene i matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

og bruk resultatet til å avgjøre om likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har entydig løsning, der

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Oppgave 6 Gjør rede for at

$$\frac{9}{4} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n-1}}.$$

Oppgave 7 Anta $a \geq 0$. Finn laplacetransformen til heavisidefunksjonen

$$u(x-a) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 1 & x \geq a \end{cases}$$