

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS**

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf: 90849783

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:30

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Alle hjelpemidler tillatt. Samarbeid er juks.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Samarbeid er juks. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig 2-sidig

sort/hvit farger

skal ha flervalgskjema

Dato

Sign

Oppgave 1 Skriv et pythonscript som bruker trapesregelen til å finne en tilnærming til

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{x} dx.$$

Hva blir ditt estimat for arealet?

(I besvarelsen kan du inkludere koden og en screendump av at den er kjørt.)

Oppgave 2 Gjør rede for at funksjonen $f : (-\pi/2, \pi/2) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \tan x$$

har en invers funksjon.

Oppgave 3

a) Vis at rekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

konvergerer for $-1 \leq x \leq 1$.

b) Gjør rede for at

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

i rekkens konvergensområde.

Oppgave 4 Lag en 2×3 -matrise A der den første raden er de tre siste sifrene i kandidatnummeret ditt, og den andre raden er en vektor med bare enere. Finn alle løsninger av systemet

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

og forklar hvorfor kolonnene i matrisen er lineært avhengige.

Oppgave 5 Vi studerer fallskjermproblemet

$$y'(t) = 1 - y^2 \quad y(0) = 2.$$

a) Vis at

$$g(t) = \frac{3e^{2t} + 1}{3e^{2t} - 1}.$$

løser problemet.

b) Gjør rede for at denne løsningen er entydig.

Oppgave 6 La a være kandidatnummeret ditt delt på 10000. Likningen

$$\frac{\pi}{2} - \frac{x}{a} = \arctan x$$

har en løsning. Velg en numerisk likningsløser, forklar hvordan den fungerer, og skriv et pythonscript som finner et estimat for løsningen.

(I besvarelsen kan du inkludere koden og en screendump av at den er kjørt.)

Oppgave 7 Funksjonen $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

dreies rundt x -aksen, slik at vi får en uendelig lang trompet. Vis at trompetens volum er $\frac{\pi^2}{2}$.

Oppgave 8 Vis at

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1.$$