Superposisjonsprinsippet

De enkleste modelleringsproblemene i anvendelser er ofte **lineære**. Før vi kan forklare det, må vi vite hvordan man ganger sammen vektorer og matriser. Husk at det gjøres slik:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Det er viktig å forstå at dette er en definisjon. Vi ganger sammen matriser og vektorer slik fordi noen har skjønt at det kommer noen godt ut av dette. Nå skal vi se litt på hva.

Superposisjonsprinsippet

La x og y være vektorer, og c en skalar. En lineæravbildning T er en funksjon som tilfredsstiller

$$T(\mathrm{x}+\mathrm{y}) = T(\mathrm{x}) + T(\mathrm{y})$$
$$T(c\mathrm{x}) = cT(\mathrm{x})$$

Å gange en vektor inn i en matrise er en lineæravbildning. Her er et par oppgaver som illustrerer poenget. La

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

og

$$\mathrm{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathrm{y} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Beregn:

$\boxed{1}$ $A\mathrm{x}$

$\boxed{2}$ $A\mathrm{y}$

$\boxed{3}$ $A(\mathrm{x}+\mathrm{y})$.

$\boxed{4}$ $A\mathrm{x}+A\mathrm{y}$.

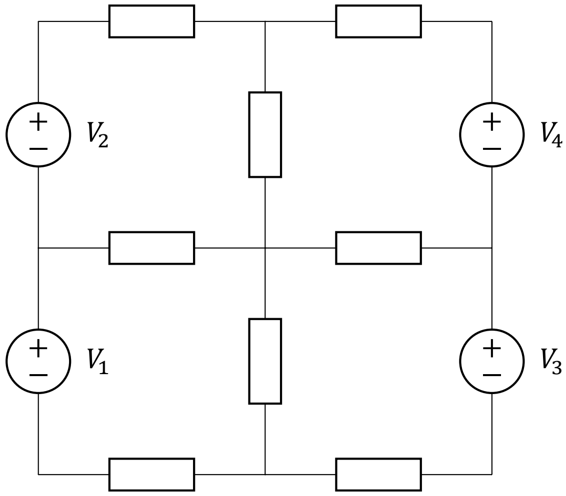
$\boxed{5}$ $A(2\mathrm{x})$.

$\boxed{6}$ $2A\mathrm{x}$.

Siden mange kretselementer er lineære av natur (Ohms lov er for eksempel $v = Ri$), har dette konsekvenser for kretsanalysen.

$\boxed{6}$ Sett opp et likningssystem for kretsen under (alle motstandene er 1Ω), og løs likningssystemet for

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



$\boxed{7}$ Finn strømmene i kretsen når

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\boxed{8}$ Matrise-vektorproduktet er en lineæravbildning. Forklar hvorfor dette impliserer at du kan basere din løsning av S2 på din løsning av S1.

$\boxed{9}$ Finn strømmene i kretsen. (Alle motstandene er fortsatt 1Ω. Her kan python komme godt med, så du slipper å gausseliminere en 8×8-matrise.)