

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS - TEST I**

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra-til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig 2-sidig

sort/hvit farger

skal ha flervalgskjema

Dato

Sign

Oppgave 1 Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

og diagonaliser A dersom det er mulig.

Oppgave 2 Finn en løsning til

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_3\end{aligned}$$

som tilfredsstiller

$$\begin{aligned}x_1(0) &= 1 \\ x_2(0) &= 0 \\ x_3(0) &= 0\end{aligned}$$

Oppgave 3 Vis at

$$x(t) = x_0 e^{-at}$$

er den eneste kontinuerlig deriverbare løsningen til initialverdiproblemet

$$\dot{x} + ax = 0 \quad x(0) = x_0.$$

Oppgave 4 Finn et tredjeordens polynom som går gjennom punktene $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$ og $(3, 5)$. Skisser polynomet og punktene.

Oppgave 5 Vis at $\sqrt{2}$ ikke kan skrives som en brøk.

Oppgave 6 Skriv et pythonscript for å løse likningen

$$2 \sin 2\theta + \pi - 4\theta = 0$$

med fikspunktiterasjonen, og gjør rede for hvorfor du kan forvente konvergens.

Oppgave 7 Finn summen til rekken

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-2)}.$$

Oppgave 8 Beregn

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(2\theta) \cos(\theta) d\theta$$

Oppgave 9 Siv har en kuleformet vanntank med radius R . På toppen av tanken er det et lite hull. Siv ønsker å finne ut hvor mye vann det er igjen i vanntanken ved å måle avstanden L fra hullet ned til vannoverflaten.

Finn et eksplisitt uttrykk for vannvolumet $V(L)$ for $0 \leq L \leq 2R$.

Oppgave 10 Finn et uttrykk for strømmen i kretsen når $V(t) = k$. Det er ingen strøm i kretsen ved $t = 0$.

