

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS - TEST IV

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ 2-sidig ☒

sort/hvit ☒ farger ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 Gjør rede for at funksjonen $f : [-\frac{1}{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \sqrt{2x+1}$$

er har en invers funksjon, og skisser denne.

Oppgave 2 Vis at rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

er divergent.

Oppgave 3 Vis at dersom

$$\mathbf{w} = c_1 \mathbf{v}_1 + c_2 \mathbf{v}_2 + \dots + c_n \mathbf{v}_n$$

og $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$ er lineært uavhengige, er $c_1, c_2, \dots, c_n$ entydig bestemt.

Oppgave 4 La

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

a) Finn P slik at $P^{-1}AP$ blir en diagonal matrise.

b) Løs initialverdiproblemet

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} \quad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Oppgave 5 Et volum fremkommer ved å dreie funksjonen $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved $f(x) = \cos x$ en gang om y -aksen. Skisser omdreingslegemet og finn volumet.

Oppgave 6 Vi studerer likningen $x = 1 + \arctan x$. Denne likningen har en og bare en løsning.

a) Argumenter for at fikspunktiterasjonen

$$x_{n+1} = 1 + \arctan x_n$$

konvergerer mot løsningen uansett hva x_0 er.

b) Skriv et pythonscript som løser likningen numerisk med fikspunktiterasjon.

Oppgave 7 Finn

$$\int \frac{1}{x^4 - 4x^2} dx$$

Oppgave 8 Vi roterer funksjonen $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

om x -aksen. Vis at overflatearealet er uendelig stort.