

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS - TEST V - LF**

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ 2-sidig ☒

sort/hvit ☒ farger ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1

```
import numpy as np

#pendel

#gitter osv
n=10000 #antall punkter
T=float(40) #intervallet
h=T/n #gitterfinhet

#numerisk løsning
x=np.zeros(n+1)
y=np.zeros(n+1)
x[0]=1
y[0]=0
for k in range(n):

    #eksplisitt eulersteg
    x[k+1]=x[k]+h*y[k]
    y[k+1]=y[k]-h*np.sin(x[k])

    #heuns metode
    x[k+1]=x[k]+h*(y[k]+y[k+1])/2
    y[k+1]=y[k]-h*(np.sin(x[k])+np.sin(x[k+1]))/2
```

Oppgave 2

- a) Alternierende rekketest viser at rekken er konvergent. Men ikke absolutt, siden sammenlikning med harmonisk rekke gir

$$\frac{1}{n + \sqrt{n}} \geq \frac{1}{n + n} = \frac{1}{2n}.$$

- b) Vi integrerer den geometriske rekken

$$-\ln(1-x) = \int \frac{1}{1-x} = \int \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \sum_{n=0}^{\infty} \int x^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

og evaluerer denne i $x = 1/3$, som gir

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1/3)^n}{n} = -\ln(1 - 1/3) = \ln \frac{3}{2}$$

Oppgave 3 Vi Taylorutvikler og regner i vei:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{x - \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + \frac{x^6}{2} + \dots}{-\frac{x^3}{3!} + -\frac{x^5}{5!} + \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + \frac{x^6}{2} + \dots}{-\frac{x^3}{3!} + -\frac{x^5}{5!} + \dots} \cdot \frac{1/x^3}{1/x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{x^3}{2} + \dots}{-\frac{1}{3!} + -\frac{x^2}{5!} + \dots} = -6\end{aligned}$$

Oppgave 4 Oppgave 2 her:

<https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4110/2018h/eksamen/tma4110-2018h-lf.pdf>

Oppgave 5 Oppgave 6 her:

https://wiki.math.ntnu.no/_media/tma4100/lf_tma4100_2013h.pdf

Oppgave 6 Oppgave 5 her:

<https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4110/2018h/eksamen/tma4110-2018h-lf.pdf>

Oppgave 7 Oppgave 7 her:

https://wiki.math.ntnu.no/_media/tma4100/eksamen/lf_tma4100_2019h.pdf

Oppgave 8 Oppgave 6 her:

https://wiki.math.ntnu.no/_media/tma4100/eksamen/lf_tma4100_2019h.pdf

Oppgave 9 Oppgave 4 her:

https://wiki.math.ntnu.no/_media/tma4100/eksamen/lf_tma4100_2019h.pdf