

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS - TEST V**

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☒

sort/hvit ☒ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 En pendel som svinger fritt opphengt i en stang i taket, modelleres av differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -\sin x\end{aligned}$$

Skriv et pythonscript som løser dette numerisk med Heuns metode. Velg steglengde, tidsintervall og startverdier selv.

Oppgave 2

a) Vis at rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n + \sqrt{n}}$$

er betinget konvergent.

b) Finn summen til rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n}.$$

Oppgave 3 Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{x - \sin x}.$$

Oppgave 4 Se på følgende vektorer i $\mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Er vektorene $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ og $\mathbf{v}_3$ lineært uavhengige? Er $\mathbf{b}$ en lineærkombinasjon av $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ og $\mathbf{v}_3$?

Oppgave 5 Uttrykk

$$\int_0^1 \frac{e^{-x^2} - 1}{x^2} dx$$

som en taylorrekke om 0. Hvor mange ledd må du ta med for å approksimere integralet med en feil på under 10^{-2} ?

Oppgave 6 La A være følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Finn alle 2×2 -matriser X som er løsninger av likningen $AX = XA$.

Oppgave 7 Finn buelengden til grafen til $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$$

Oppgave 8 Avgjør om integralet

$$\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^{1/3}}$$

konvergerer.

Oppgave 9 Gjør rede for at $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(x) = \ln(\arcsin(x) + 2)$$

har en invers funksjon, og finn denne.