Rettelser til

KALKULUS MED EN OG FLERE VARIABLE

2. opplag

Oppdatert 17 august 2004

Det er vanskelig å skrive en bok helt fri for trykkfeil. Foreløpig er følgende trykkfeil eller forslag til forbedringer funnet. Forfatterne tar gjerne imot opplysninger om flere. De kan sendes på e-mail til lisa@math.ntnu.no

Side 50: I eksempel 1.4.9 skal andre setning begynne med:
Bruk sinusfunksjonen til å beskrive (den omtrentlige) posisjonen til P som ...

Side 81: Setning 2.3.5 skal være:
Dersom funksjonen f er deriverbar i det indre punktet $a \in D_f$, så finnes det en funksjon η slik at

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \eta(h)h$$

for $a + h \in D_f$, der $\lim_{h\to 0} \eta(h) = 0$.

Side 93: Definisjon 2.5.3 skal være:
Vi sier at funksjonen f er *venstrekontinuerlig* i et punkt $a \in D_f$ hvis

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = f(a).$$

Vi sier at funksjonen f er *høyrekontinuerlig* i et punkt $a \in D_f$ hvis

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = f(a).$$

Det første kulepunktet under definisjonen skal være:
- f er høyrekontinuerlig i punktet $x = a$ i figur 2.5.4a.

Det tredje kulepunktet under definisjonen skal være:
- f er venstrekontinuerlig i punktet $x = a$ i figur 2.5.4d.

Side 100: Oppgaven i eksempel 2.5.17 skal være:
Begrunn at funksjonen $f(x) = 1/x$ verken er begrenset eller har noe maksimal- eller minimalpunkt på $D_f \cap [-1, 1]$.

Side 104: Definisjon 3.1.2 skal være:
La f være (minst) n ganger deriverbar i et punkt $a \in D_f$. *Taylorpolynomet* av grad n om punktet a for f er polynomet P_n av høyst grad n som er slik at

$$P_n(a) = f(a), \quad P_n'(a) = f'(a), \quad P_n''(a) = f''(a), \quad \ldots, \quad P_n^{(n)}(a) = f^{(n)}(a).$$

Side 160: Andre kulepunkt skal være:
$100 \cdot \Delta t$ liter blandet saltlake har rent ut. Konsentrasjonen av denne laken avtar med tiden, og er gitt ved $k(t) = p(t) \cdot 100/1000$. Mengde salt ut i løpet av tidsintervallet må derfor ligge mellom de to verdiene $k(t) \cdot \Delta t$ og $k(t + \Delta t) \cdot \Delta t$. Ifølge skjæringssetningen finnes det da en $c \in [t,\, t + \Delta t]$ slik at mengde salt ut er akkurat lik

$$k(c) \cdot \Delta t = \frac{p(c) \cdot 100}{100} \cdot \Delta t.$$

Side 187: Setning 4.4.3 skal være:
La $R(x) = P(x)/Q(x)$ der P og Q er polynomer, og graden til $P(x)$ er mindre enn graden n til $Q(x)$.
Og så videre som før.

Side 188: Et enklere bevis for setning 4.4.5 er:
Bevis: Vi har

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x - r_1} + \frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$$

der vi skal bestemme konstanten A. Vi setter høyre side på felles brøkstrek og får nevner $(x - r_1)Q_1(x) = Q(x)$. Altså må telleren være lik $P(x)$. Det vil si,

$$P(x) = A \cdot Q_1(x) + (x - r_1)P_1(x).$$

Dette må gjelde for alle x, og spesielt for $x = r_1$:

$$P(r_1) = A \cdot Q_1(r_1) \quad \text{der } \; Q_1(r_1) \neq 0.$$

Derved følger uttrykket for A.

Side 254: Første avsnitt under setning 5.4.6 skal være:
Legg merke til at feilskrankene blir bedre jo mindre verdi vi velger for K_2 eller K_4, men det ødelegger ikke ulikheten om vi velger K_2 eller K_4 større enn nødvendig. I praksis kan det ofte være vanskelig å finne beste verdi for K_2 eller K_4, det vil si maksimum for henholdsvis $|f''(x)|$ eller $|f^{(4)}(x)|$ på $[a, b]$. Da bruker vi konstanter som beviselig er større enn disse maksima.

Side 283: Oppgave 1d skal være:
d) $y = \int_0^x \sqrt{\cos 2t}\, dt$ fra $x = 0$ til $x = \pi/4$

Side 301: Figur 6.4.10 skal ha påskriften $x = \cosh y - 1$, $(-a, 1)$ og $(a, 1)$ istedenfor henholdsvis $y = x^2$, $(-1, 1)$ og $(1, 1)$.

Side 302: Oppgave 17 skal være:
Et plaskebasseng i plast med vertikale vegger står på horisontalt underlag. Det tåler å fylles med vann til 30 cm høyde. Hvor stort er vanntrykket ved veggens nedre kant når vannhøyden er 30 cm? Hvor stor kraft virker da vannet med på bassengets vegger totalt når bassenget er kvadratisk med side 2 m? Hvor høyt kan bassenget fylles hvis materialet i veggene skiftes slik at de tåler dobbelt så høyt vanntrykk totalt?

Side 476: Oppgave 6c) skal være:
$w = f(x, y, z) = x^2 + ye^z, \quad x\frac{\partial w}{\partial x} + y\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 2w.$

Side 516: Setning 10.9.4 skal være:
La f være en funksjon av $n \geq 3$ variable som har et maksimum eller minimum i et indre punkt $\mathbf{a} \in D_f \subseteq \mathbb{R}^n$ under bibetingelsene $g(\mathbf{x}) = 0$ og $h(\mathbf{x}) = 0$. Dersom f, g og h er kontinuerlig deriverbare i $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ med $\nabla f(\mathbf{a}) \not\parallel \nabla g(\mathbf{a})$, så finnes det to reelle tall λ_1 og λ_2 slik at

$$\nabla f(\mathbf{a}) = \lambda_1 \nabla g(\mathbf{a}) + \lambda_2 \nabla h(\mathbf{a}).$$

(Vi minner om at dersom to vektorer $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ ikke er parallelle, altså $\mathbf{u} \not\parallel \mathbf{v}$, så er begge vektorene forskjellig fra nullvektoren.)

Side 519: Oppgave 1b) skal være:
Beregn den retningsderiverte til f i retningen $[2, 1]$ i punktet $(1, 2)$. I hvilken retning er den retningsderiverte størst i punktet $(1, 2)$?

Side 525: Rett etter Definisjon 11.1.1 skal det stå:
Som i definisjonen 5.1.1 for grenseverdien av Riemannsummer, er denne grenseverdien uavhengig av hvordan vi velger partisjonen $\mathcal{P}$ og seleksjonen $\mathcal{S}$ for gitt maskevidde. Den defineres derfor helt tilsvarende.

Side 530: Fjerde linje i Definisjon 11.2.1 skal være:
når denne eksisterer (uavhengig av $\mathcal{P}$ og $\mathcal{S}$). Vi skriver da

Side 532: Femte linje i Definisjon 11.2.3 skal være:
når denne eksisterer (uavhengig av $\mathcal{P}$ og $\mathcal{S}$). Vi skriver da

Side 557: Fjerde linje i Definisjon 11.6.1 skal være:
når denne eksisterer (uavhengig av $\mathcal{P}$ og $\mathcal{S}$).

Side 577: Fjerde og femte linje i Definisjonen 11.9.1 skal være:

dersom denne grenseverdien eksisterer (uavhengig av partisjonen og seleksjonen som velges for hver maskevidde) når $|\mathcal{P}|$ og S_{ij} er som beskrevet ovenfor.

Side 632: Oppgave 9c) skal være:
$\mathbf{F} = [\cos y,\ \cos x]$

Side 664: Kurveintegralet i siste linje av oppgave 14 skal være langs kurven C.

Side 692: Fasit til oppgave 10 i avsnitt 2.2 skal være:
a) $f(x) = g(x) = \begin{cases} x & \text{for } x > 1 \\ -x & \text{for } x < 1 \end{cases}, \quad a = 1.$
b) $f(x) = -g(x) = \begin{cases} x & \text{for } x > 1 \\ -x & \text{for } x < 1 \end{cases}, \quad a = 1.$

Side 693: Fasit til oppgave 5b) i avsnitt 2.5 skal være:
$x = 0$, venstrekontinuerlig.

Side 694: Fasit til oppgave 1c) i avsnitt 3.E skal være: 0.0999990000.
Fasit til oppgave 13 i avsnitt 3.E skal være: $1/\sqrt{2}$.

Side 696: Fasit til oppgave 8 i avsnitt 4.6 skal være: 20.3 minutter.

Side 698: Fasit til oppgave 1d) i avsnitt 6.2 skal være: $1/\sqrt{2}$.
Fasit til oppgave 14 i avsnitt 6.4 skal være:
a) $\frac{136}{3}g \cdot 10^3\text{N} \approx 4.44 \cdot 10^5\text{N}$. **b)** $(1 + 10\sqrt{3}) \cdot 10^3 g\,\text{N} \approx 1.80 \cdot 10^5\text{N}$.
c) $(12a - 1)g \cdot 10^3\text{N} \approx 5.41 \cdot 10^4\text{N}$. **d)** $\frac{g}{3}(4 + 15\sqrt{2})10^3\text{N} \approx 3.60 \cdot 10^5\text{N}$.
e) $\frac{116g}{3} \cdot 10^3\text{N} \approx 3.79 \cdot 10^5\text{N}$.

Side 699: Fasit til oppgave 7 i avsnitt 6.E skal være: $1/(10\pi)$.

Side 701: Fasit til oppgave 6a)(i) i avsnitt 8.3 skal være: $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$.
Fasit til oppgave 6b) i avsnitt 8.3 skal være:
(i) $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{3-\sqrt{5}}{2})$. (ii) $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{3-\sqrt{5}}{2})$.

Side 702: Fasit til oppgave 7a) i avsnitt 8.4 skal være: $\cos^{-1} \frac{-11}{\sqrt{146}}$.

Side 706: Fasit til oppgave 2g) i avsnitt 11.5 skal være: $\frac{17\pi}{2}$.

Side 707: Fasit til oppgave 1a) i avsnitt 11.9 skal være: $(\frac{4\sqrt{3}}{5} + \frac{2}{15})\pi$.