

Buelengde

Def. Lengden av en glatt kurve

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}, \quad a \leq t \leq b:$$

$$L = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} dt = \int_a^b |\vec{v}(t)| dt$$

Def. buelengdeparameter

$$s(t) = \int_{t_0}^t |\vec{v}(\tau)| d\tau$$

• $s(t)$ er buelengde med fortegn:

- $s(t) = L$ hvis $t > t_0$,
- $s(t) = -L$ hvis $t < t_0$.

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t |\vec{v}(\tau)| d\tau = |\vec{v}(t)| = v(t)$$

Glatt kurve: $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \neq \vec{0}$

$$\Rightarrow \frac{ds}{dt} > 0$$

$\Rightarrow$ kan alltid finne $t = t(s)$

$\Rightarrow$ kan alltid uttrykke glatt kurve ved $\vec{r}(s)$

Def. enhetstangentvektor

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{\frac{d\vec{r}}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = \frac{\vec{v}(t)}{|\vec{v}(t)|} = \vec{T}$$