

Kryssprodukt

Def.

$$\vec{u} \times \vec{v} = (|\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta) \vec{n}$$

der

- $\vec{u} \in \mathbb{R}^3$ og $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ (dvs tre-dim.)
- $\vec{n}$ er enhetsnormalvektoren til planet som $\vec{u}$ og $\vec{v}$ ligger i, definert ved høyrehånd-sregelen.

Alternativ def.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(u_2v_3 - u_3v_2) - \vec{j}(u_1v_3 - u_3v_1) + \vec{k}(u_1v_2 - u_2v_1)$$

To vektorer er parallelle hvis og bare hvis $\vec{u} \times \vec{v} = 0$

Teorem

Areal av parallelogram utspent av $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er gitt ved

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta$$

Det skalare trippelproduktet

Def.

$$(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$

Teorem

Volum av parallelepiped utspent av $\vec{u}$, $\vec{v}$ og $\vec{w}$ er gitt ved

$$|(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}| = |\vec{u} \times \vec{v}| |\vec{w}| |\cos \theta|$$