TMA4115 MATEMATIKK 3

Midtsemesterprøve 9. mars 2004 kl. 0815
Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)
Rottman: *Matematisk formelsamling*

NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1 La z betegne et komplekst tall. Hvor mange løsninger har ligningen $z = \overline{z}$?

A: Ingen **B:** En **C:** To **D:** Uendelig mange

Oppgave 2 Hva blir $(1 + i\sqrt{3})^{10}$?

A: $512 + 512i\sqrt{3}$ **B:** $-512 - 512i\sqrt{3}$ **C:** $-512 + 512i\sqrt{3}$ **D:** $512 - 512i\sqrt{3}$

Oppgave 3 Hvilket av punktene ligger på grafen til løsningen av initialverdiproblemet

$$xy' = x^2 + 3y, \qquad y(1) = 1\,?$$

A: $(2, 10)$ **B:** $(2, 12)$ **C:** $(2, 14)$ **D:** $(2, 16)$

Oppgave 4 Bruk Eulers metode med skrittlengde $h = 0.1$ til å finne en tilnærmet verdi for $y(0.2)$ når $y(x)$ er løsningen av initialverdiproblemet $(*)$. Hva blir svaret?

$$(*) \qquad y' = x + y^2, \quad y(0) = 1$$

A: 1.2 **B:** 1.211 **C:** 1.22 **D:** 1.231

Oppgave 5 La f være funksjonen definert for alle x ved $f(x) = \sin^2 x$. For hvilken av funksjonene g er f og g lineært avhengige?

A: $g(x) = 1 - \sin^2 x$ **B:** $g(x) = 1 + \cos^2 x$ **C:** $g(x) = 1 - \cos 2x$ **D:** $g(x) = 1 + \cos 2x$

Oppgave 6 Hvilke to funksjoner utgjør en basis av løsninger for differensialligningen

$$y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y = 0, \qquad x > 0\,?$$

A: $y_1 = x,\ y_2 = 2x$ **B:** $y_1 = x,\ y_2 = x^2$ **C:** $y_1 = x,\ y_2 = 3x$ **D:** $y_1 = x,\ y_2 = x^3$

Oppgave 7 For hvilken verdi av konstanten a er $y = xe^x$ løsning av differensialligningen

$$y'' - 2y' + ay = 0\,?$$

A: -1 **B:** 1 **C:** $\sqrt{2}$ **D:** 2

Oppgave 8 Hvilken av differensialligningene har $y = e^{2x}\cos 2x$ som en løsning?

A: $y'' - 4y' + 8y = 0$ **B:** $2y'' - 8y' + 8y = 0$ **C:** $y'' + 4y' + 8y = 0$ **D:** $y'' + 8y' + 8y = 0$

Oppgave 9 Hvilken av funksjonene vil gi en partikulær løsning av differensialligningen

$$y'' - 2y' - 8y = xe^{-2x}\,?$$

A: $(A + Bx)e^{-2x}$ **B:** $(Ax + Bx^2)e^{-2x}$ **C:** Axe^{-2x} **D:** Ax^2e^{-2x}

Oppgave 10 Gitt differensialligningen

$$y'' - 2y' + y = \sqrt{x}\,e^x, \qquad x > 0.$$

La u og v være funksjoner slik at $y_p = u \cdot e^x + v \cdot xe^x$ er en partikulær løsning som oppfyller $u' \cdot e^x + v' \cdot xe^x = 0$ for alle $x > 0$. Hva blir u'?

A: $u' = x\sqrt{x}$ **B:** $u' = -x\sqrt{x}$ **C:** $u' = \sqrt{x}$ **D:** $u' = (1 + x)\sqrt{x}$

Oppgave 11 Et ligningssystem er gitt ved

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 &= 2 \\ x_3 + x_4 &= 3\ . \end{aligned}$$

Hva blir x_1?

A: $x_1 = 2$ **B:** $x_1 = 6 + 2t, \quad t \in \mathbb{R}$ **C:** $x_1 = 6t, \quad t \in \mathbb{R}$ **D:** $x_1 = 6$

Oppgave 12 Hva er redusert echelonform for 3×4-matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 0 & 6 \end{bmatrix}?$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$