

Maple-worksheet som som viser noen løsninger av svingeligningen med pådrag.
Torbjørn Helvik, 19/09-05

>

Definerer diff.ligningen for systemet når vi har et pådrag $F\cos(\omega t)$.
Setter massen $m=1$, fjærkonstanten $k=1$ og pådraget $F=1$ (egen-vinkelfrekvens er lik 1).
Klossen står stille i likevektsposisjon og vi begynner med pådraget.

> ode1 := m*diff(x(t),t,t)+c*diff(x(t),t)+k*x(t) - F*cos(omega*t);

$$ode1 := m \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) + c \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + k x(t) - F \cos(\omega t)$$

> m := 1: k := 1: F := 1:

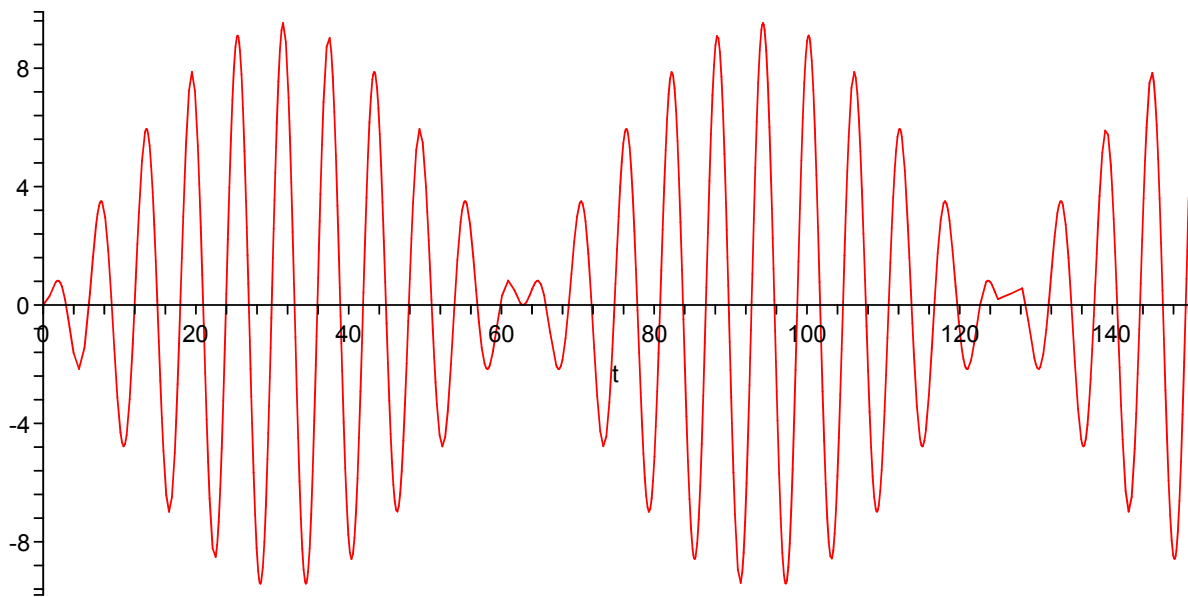
Setter $c=0$ (friksjonsfritt) om vinkelfrekvensen på pådraget lik 1.1

> c := 0: omega := 1.1; dsolve({ode1, x(0)=0, D(x)(0)=0});
 $\omega := 1.1$

$$x(t) = \frac{100}{21} \cos(t) - \frac{100}{21} \cos\left(\frac{11}{10} t\right)$$

>

> L5 := 100/21*cos(t)-100/21*cos(11/10*t): plot(L5,t=0..150,color=red);

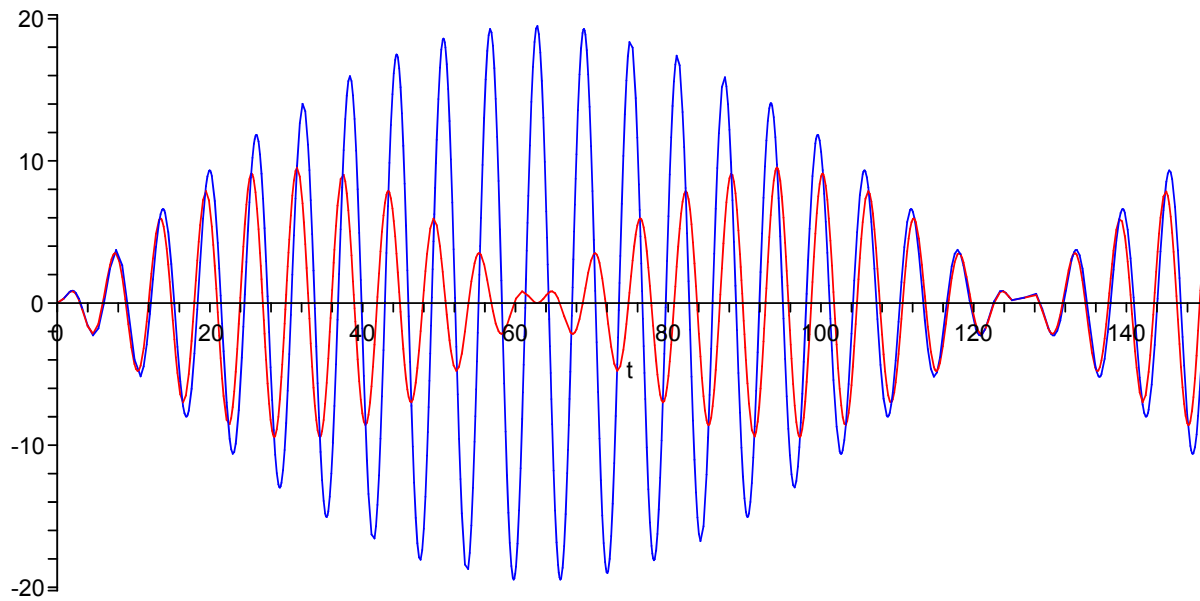


Setter $c=0$ (friksjonsfritt) og senker vinkelfrekvensen på pådraget til 1.05

```
> omega := 1.05; dsolve( {ode1, x(0)=0, D(x)(0)=0} );
      ω := 1.05
```

$$x(t) = \frac{400}{41} \cos(t) - \frac{400}{41} \cos\left(\frac{21}{20}t\right)$$

```
> L6 := 400/41*cos(t) - 400/41*cos(21/20*t) :
plot([L5, L6], t=0..150, color=[red, blue]);
```

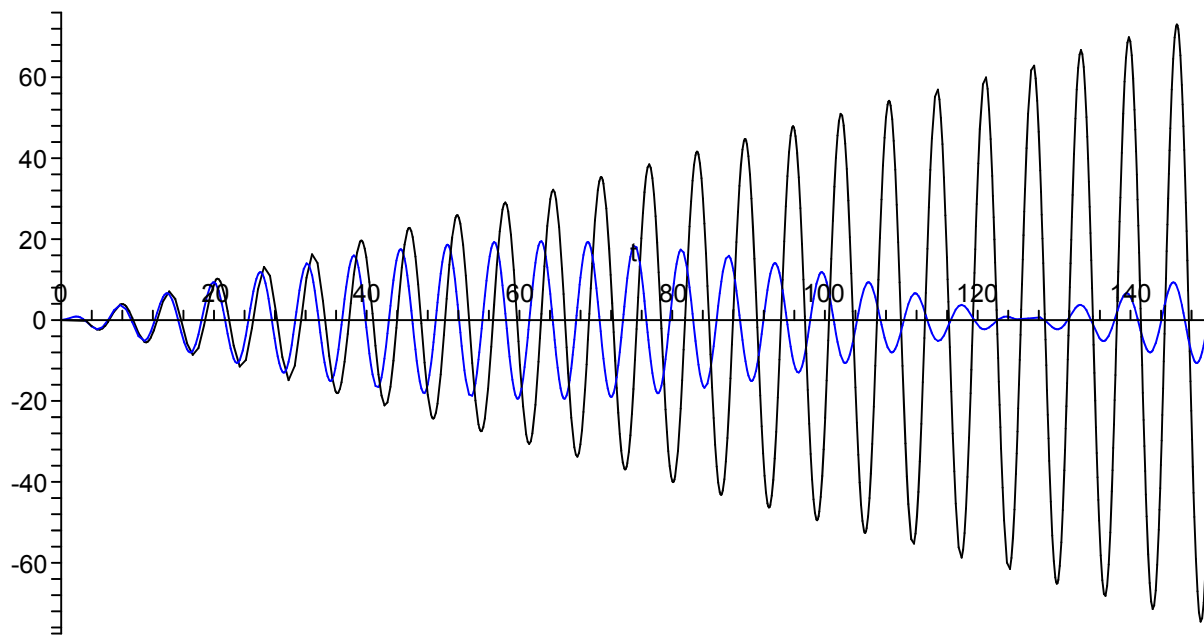


Setter $c=0$ (friksjonsfritt) om vinkelfrekvensen på pådraget lik 1 (Resonans!)

```
> omega := 1; dsolve( {ode1,x(0)=0,D(x)(0)=0} );
      ω := 1
```

$$x(t) = \frac{1}{2} \sin(t) t$$

```
> L7 := 1/2*sin(t)*t: plot([L7,L6],t=0..150,color=[black,blue]);
```



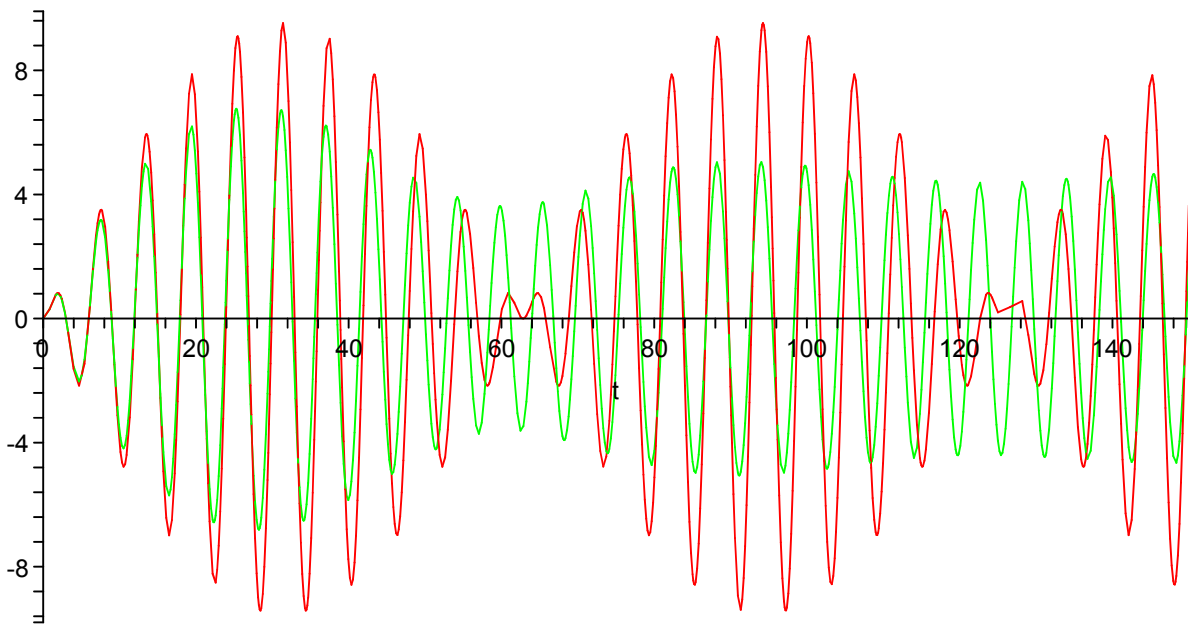
Løsning med svak demping: $c=0.05$ og $\omega = 1.1$

```
> omega := 1.1: c := 0.05: dsolve( {ode1,x(0)=0,D(x)(0)=0} );
```

$$x(t) = -\frac{1360}{46371} e^{\left(-\frac{1}{40}t\right)} \sin\left(\frac{1}{40}\sqrt{1599}t\right) \sqrt{1599} + \frac{1680}{377} e^{\left(-\frac{1}{40}t\right)} \cos\left(\frac{1}{40}\sqrt{1599}t\right) - \frac{1680}{377} \cos\left(\frac{11}{10}t\right) + \frac{440}{377} \sin\left(\frac{11}{10}t\right)$$

```
> L8 :=
```

```
-1360/46371*exp(-1/40*t)*sin(1/40*1599^(1/2)*t)*1599^(1/2)+1680/377*exp(-1/40*t)*cos(1/40*1599^(1/2)*t)-1680/377*cos(11/10*t)+440/377*sin(11/10*t):
plot([L5,L8],t=0..150,color=[red,green]);
```



>

For $c > 0$ definerer vi forsterkningen som amplituden til den stabile løsningen delt på F_0 .
 La fortsatt $m=k=1$. Vi plotter forsterkningen som funksjon av vinkelfrekvensen til pådraget og av dempingen c

```
> omega := 'omega': c := 'c': amp := (c,omega) ->
  1/sqrt((1-omega^2)^2+omega^2*c^2);
```

$$amp := (c, \omega) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2)^2 + \omega^2 c^2}}$$

```
> plot([amp(0.2,omega), amp(0.5,omega), amp(1,omega)], omega=0..3, color=[red,blue,green]);
```

