EP s.12 : m ligninger med n ukjente (variabler)

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned}
$$

Koeffisientmatrisen er $m \times n$-matrisen

$$
A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{ij}]
$$

i rad, j kolonne

$$
\mathbb{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \qquad [A \ \mathbb{b}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}
$$

$m \times 1$-matrise
kolonnevektor
($\mathbb{b}$ eller $\vec{b}$)

$m \times (n+1)$-matrise
Ligningssystemets totalmatrise (augmented matrix)

To matriser A og B er radekvivalente

$$A \sim B$$

hvis den ene kan overføres til den andre ved hjelp av elementære radoperasjoner

$$\left(cR_p \quad SWAP(R_p, R_q) \quad (c)R_p + R_q \right)$$

Hvis totalmatrisene for to ligningssystem er radekvivalente, så har ligningssysteme samme løsningsmengde

EP1.2 oppg 14

(18/10)

$$3x_1 - 6x_2 - 2x_3 = 1$$
$$2x_1 - 4x_2 + x_3 = 17$$
$$x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -9$$

Gausseliminasjon: Omformer totalmatrisen til echelonmatrise ved hjelp av elementære radoperasjoner

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 1 & 17 \\ 1 & -2 & -2 & -9 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Ledervariabler: x_1, x_3 Fri variabel: x_2

Tilbakesubstitusjon:

Frie variabler velges fritt $\quad x_2 = t \quad (t \in \mathbb{R})$

Løser ut ledervariablene $\quad x_3 = 7$

nedenfra og oppover $\quad x_1 = -9 + 2x_2 + 2x_3 = 5 + 2t$