Annenordens lineære differensialligninger

Standardform:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$$

Ligningen er

homogen hvis $r(x) \equiv 0$ og inhomogen ellers.

Fundamentalteoremet for homogene ligninger:

Hvis y_1 og y_2 er løsninger av

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \tag{1}$$

så er også $c_1 y_1 + c_2 y_2$ løsning av (1).

Lineært uavhengige funksjoner:

To funksjoner y_1 og y_2 er lineært uavhengige på et intervall I hvis ligningen $k_1 y_1(x) + k_2 y_2(x) = 0$ for alle x i I medfører $k_1 = 0$ og $k_2 = 0$.

To funksjoner som ikke er lineært uavhengige kalles lineært avhengige.

Med andre ord, y_1 og y_2 er lineært avhengige på I hvis $y_2 = 0$ på I eller y_1/y_2 er konstant på I.

$$(1) \qquad y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

Basis og generell løsning:

To lineært uavhengige løsninger y_1 og y_2 av (1) sies å være en basis for løsningene av (1), og

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2$$

kalles en generell løsning av (1).

Initialverdiproblem:

(1) og initialbetingelser

$$y(x_0) = K_0, \;\; y'(x_0) = K_1$$

Hvis $y = c_1 y_1 + c_2 y_2$ er en generell løsning av (1), løser vi initialverdiproblemet ved å bestemme konstantene c_1 og c_2.

Reduksjon av orden:

Kjenner vi én løsning y_1 av (1) kan vi finne en generell løsning ved å innføre $y = uy_1$. Vi får en førsteordens differensialligning i $v = u'$.