

Lineære kombinasjoner og lineær uavhengighet

En vektor w sies å være en **lineær kombinasjon** av vektorene v_1, v_2, \dots, v_k hvis det fins skalarer c_1, c_2, \dots, c_k slik at $w = c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_kv_k$.

Teorem

Hvis v_1, v_2, \dots, v_k er vektorer i et vektorrom V , så er mengden W av *alle* lineærkombinasjoner av v_1, v_2, \dots, v_k et underrom i V . W er underrommet *utspent* av vektorene, $W = \text{span}\{v_1, \dots, v_k\}$.

Vektorene v_1, v_2, \dots, v_k er **lineært uavhengige** hvis ligningen $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_kv_k = \mathbf{0}$ bare har den trivielle løsningen $c_1 = c_2 = \dots = c_k = 0$.

Vektorene v_1, v_2, \dots, v_k er **lineært avhengige** hvis det fins skalarer c_1, c_2, \dots, c_k , *ikke alle null*, slik at $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_kv_k = \mathbf{0}$.

Teorem

I \mathbb{R}^n er n vektorer v_1, v_2, \dots, v_n lineært uavhengige hvis og bare hvis $n \times n$ -matrisen A med kolonnevektorer v_1, v_2, \dots, v_n , $A = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_n \end{bmatrix}$, har determinant ulik null, $\det(A) \neq 0$.