Prikkproduktet i $\mathbb{R}^n$

Prikkproduktet (skalarproduktet) av to vektorer $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ og $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ i $\mathbb{R}^n$ er definert ved

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \cdots + u_n v_n = \mathbf{u}^T \mathbf{v}$$

og oppfyller regnereglene

(1) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{u}$
(2) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}$
(3) $(c\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} = c(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})$
(4) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \geq 0$; $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = 0$ hvis og bare hvis $\mathbf{u} = \mathbf{0}$.

Lengden av en vektor $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ i $\mathbb{R}^n$ er definert ved $|\mathbf{u}| = (u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2)^{1/2}$.

Avstanden mellom to punkter (vektorer) $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ i $\mathbb{R}^n$ er definert ved $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = |\mathbf{u} - \mathbf{v}|$.

Cauchy-Schwarz' ulikhet: $|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}||\mathbf{v}|$

Trekantulikheten: $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}|$

Vinkelen θ mellom to (ikkenull-)vektorer $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ i $\mathbb{R}^n$ er definert som den entydige vinkelen θ i intervallet $[0, \pi]$ som oppfyller $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{u}||\mathbf{v}| \cos\theta$.