SEMESTERPRØVE I TMA4115, MATEMATIKK 3

Onsdag 15. mars 2006
Tid: 08.15-09.45 (90 minutter)

Tillatte hjelpemidler:
Bestemt, enkel kalkulator (HP30S).
Rottmann matematisk formelsamling

Prøven har to sider med totalt 10 oppgaver.

NB. Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket.

Oppgave 1 Hvilket av alternativene er en løsning av ligningen $z^3 = e^{i11\pi/3}$?

A: $e^{i5\pi/9}$ **B:** $e^{i\pi/3}$ **C:** $e^{i7\pi/9}$ **D:** $e^{i8\pi/9}$

Oppgave 2 Hva er imaginærdelen til det komplekse tallet $\dfrac{(1+2i)^2}{3-4i}$?

A: 5 **B:** 1 **C:** -5 **D:** 0

Oppgave 3 For hvilken verdi av parameteren k har differensialligningen $y''+4y'+2ky=0$ en basis på formen $\{e^{\alpha x}, xe^{\alpha x}\}$, der α er et reelt tall?

A: -1 **B:** 0 **C:** 1 **D:** 2

Oppgave 4 Hva blir $y(2)$ for løsningen av initialverdiproblemet

$$x^2y'' - 6xy' + 12y = 0, \quad x > 0, \quad y(1) = 1,\ y'(1) = 3?$$

A: 2 **B:** 4 **C:** 6 **D:** 8

Oppgave 5 Hvilket alternativ vil gi en partikulærløsning av differensialligningen $y'' + 4y = x\sin 2x$?

A: $(A+Bx)\sin 2x$ **B:** $(A+Bx)\sin 2x + (C+Dx)\cos 2x$
C: $(Ax+Bx^2)\sin 2x + (Cx+Dx^2)\cos 2x$ **D:** $(Ax^2+Bx^3)\sin 2x+(Cx^2+Dx^3)\cos 2x$

Oppgave 6 Finn en partikulærløsning y_p for differensialligningen

$$y'' - 6y' + 9y = 4x^{-3}e^{3x}.$$

A: $x(x^{-2} + x^{-1} + 1)$ **B:** $x^{-1}e^{3x}$ **C:** $2x^{-1}e^{3x}$ **D:** $4x^{-3}e^{3x}$

Oppgave 7 Gitt at $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ og $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$. Hva er da A^{-1}?

A: $\begin{bmatrix} 11 & -2 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 46 & 38 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 15 & -1 \\ 23 & 19 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 21 & -9 \\ 8 & 14 \end{bmatrix}$

Oppgave 8 Gitt $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. Dersom 2×2-matrisen A er slik at $A \cdot \mathbf{b} = 3\mathbf{b}$, hva er da $(A - 5I) \cdot \mathbf{b}$?
(her betegner I 2×2-identitetsmatrisen.)

A: $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 8 \\ -8 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

Oppgave 9 Hvilket av alternativene er den reduserte trappeformen (reduserte echelon-formen) av matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad ?$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

Oppgave 10 For hvilket valg av konstant a har det homogene ligningssystemet

$$\begin{array}{rrr} x & & +2z = 0 \\ ax & -y & +3z = 0 \\ 3x & +y & -az = 0 \end{array}$$

uendelig mange løsninger?

A: $a = 0$ **B:** $a = -1$ **C:** $a = 1$ **D:** $a = \frac{1}{3}$