



### Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.4

BEVEGELSE UTEN DEMPNING (HARMONISKE SVINGNINGER)

- 1 (Initialverdiproblem) Finn den harmoniske bevegelsen  $y(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$  som starter fra  $y_0$  med starthastighet  $v_0$ . Skisser løsningene for  $\omega_0 = \pi$ ,  $y_0 = 1$  og forskjellige  $v_0$  i samme koordinatsystem. For hvilke  $t$ -verdier skjærer alle disse kurvene hverandre? Hvorfor?
- 5 (Startbetingelser) Kan du øke frekvensen til en harmonisk bevegelse ved å endre startbetingelsene? Begrunn svaret ditt.

DEMPET BEVEGELSE

- 14 (Dempningskonstanten) Betrakt en underdempet bevegelse for et legeme med masse  $m = 2$  kg. Anta at tiden mellom to påfølgende maksima er 2 s, og at maksimumsamplituden minker til  $\frac{1}{4}$  av sin første verdi etter 15 svingninger. Bestem dempningskonstanten til systemet.

### Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.5

GENERELL LØSNING Finn en generell løsning. Vis utregningene.

2  $4x^2 y'' + 4xy' - y = 0$

INITIALVERDIPROBLEM Løs og skisser grafen til løsningen. Vis utregningene.

11  $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 0$

### Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.6

LØSNINGSBASISER. TILSVARENDE LIGNINGER. WRONSKIDETERMINANTER

Finn en differensialligning  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  som har de gitte funksjonene som løsninger. Vis lineær uavhengighet (a) ved å betrakte kvotienter, (b) ved Teorem 2.

9  $x^{1.5}$ ,  $x^{-0.5}$

12  $e^{-2x} \cos \omega x$ ,  $e^{-2x} \sin \omega x$

### Flervalgsoppgaver

- 1 For hvilke  $k$  går løsningene på  $y'' + 2ky' + y = 0$  mot null når  $x \rightarrow +\infty$ ?

A:  $|k| \leq 1$

B:  $|k| \geq 1$

C:  $k > 0$

D:  $k < 0$

- 2 For hvilket alternativ vil  $y_1 = x$  og  $y_2 = uy_1$  være en basis for løsningene av

$$x^2 y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0, \quad x > 0?$$

A:  $u = e^x$

B:  $u = \ln x$

C:  $u = xe^x$

D:  $u = \frac{\ln x}{x}$

**Fasit**

**Kreyszig 2.4**

1.  $y = y_0 \cos \omega_0 t + (v_0/\omega_0) \sin \omega_0 t$ . For heltallige  $t$  (hvis  $\omega_0 = \pi$ ) på grunn av periodisitet.

14.  $(4/15) \ln 2$

**Kreyszig 2.5**

11.  $3x^2 - 2x^3$

**Kreyszig 2.6**

9.  $x^2 y'' - 0.75y = 0$ ,  $W = -2$