Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet Institutt for matematiske fag	TMA4110 Matematikk 3 Høst 2009 **Øving 11 – Veiledning uke 45**

☑ Anta at du kjenner to løsninger i et homogent system med 40 ligninger og 42 ukjente. Hvis ingen av de to løsningene er et multiplum av den andre, og alle andre løsninger er en lineær kombinasjon av disse to, kan du da være *sikker* på at et tilhørende inhomogent system (med de samme koeffisientene) har løsning?

Fra Edwards & Penney, avsnitt 5.2

Oppgaver fra boka: 5, 13, 23.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 5.4

Oppgaver fra boka: 2, 11.

Eksamensoppgaver (`www.math.ntnu.no/emner/TMA4110/2009h/eksamen/`)

Des. 03, oppg. 5 Gitt vektorene

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \; \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

a) Finn en basis for underrommet $V \subseteq \mathbb{R}^3$ utspent av vektorene $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\ldots$, $\mathbf{v}_5$, og finn også en basis for underrommet $V^\perp$ (det ortogonale komplementet til V i $\mathbb{R}^3$).

b) Finn den ortogonale projeksjonen av $\mathbf{b}$ inn på underrommet V.

c) La $V \subseteq \mathbb{R}^n$, og anta at vi har gitt vektorer $\mathbf{v} \in V$ og $\mathbf{w} \in V^\perp$. Vis at dersom ingen av vektorene $\mathbf{v}$ eller $\mathbf{w}$ er nullvektoren, så er $\mathbf{v}$ og $\mathbf{w}$ lineært uavhengige.

Flervalgsoppgaver

1 Bestem minste kvadraters løsning $(\bar{x}, \bar{y})$ for ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + 3y &= 5 \\ x - y &= 1 \\ x + y &= 0. \end{aligned}$$

A: $(0, 1)$ **B:** $(1/2, 3/2)$ **C:** $(1, 1)$ **D:** $(3/2, 1/2)$

2 La $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1)$ og $\mathbf{v}_2 = (-1, 4, 1)$ være to av vektorene i en ortogonal basis $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ for $\mathbb{R}^3$. Bestem $c_1 + c_2$ hvis $\mathbf{b} = c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + c_3\mathbf{v}_3$ og $\mathbf{b} = (8, -4, -3)$.

A: 4 **B:** 1 **C:** $-11/10$ **D:** -22

Fasit

EP 5.2

5. $(2, -2, 2, 4, -6)$

13. $\bar{\mathbf{x}} = \left(\frac{7}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$; $\mathbf{p} = \left(\frac{1}{4}, \frac{11}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$

EP 5.4

11. $(1, 1, 0, 1)$, $(1, -2, 3, 1)$ og $(-4, 3, 3, 1)$; $\mathbf{p} = (5, -2, 5, 4)$

Eksamensoppgaver

5. (Des. 03)

a) $V = \operatorname{span}\{(1, 0, 1), (0, 1, -1)\}$; $V^{\perp} = \operatorname{span}\{(-1, 1, 1)\}$;

b) $\mathbf{p} = (1, 1, 0)$