Cramers regel og inverse matriser

E.Malinnikova, NTNU, Institutt for matematiske fag

September, 2009

Cramers regel

Notasjon: $|A|$ betegner determinanten til matrisen A, $|A| = \det(A)$.

Cramers regel

Notasjon: $|A|$ betegner determinanten til matrisen A, $|A| = \det(A)$.

Cramers regel gir løsingen til et lineært ligningssystem ved hjelp av determinanter.

Cramers regel

Notasjon: $|A|$ betegner determinanten til matrisen A, $|A| = \det(A)$.

Cramers regel gir løsingen til et lineært ligningssystem ved hjelp av determinanter.

Gitt et lineært ligningssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ der A er en inverterdar kvadratisk matrise, da blir det entydig løsning $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$ gitt ved

$$x_i = \frac{1}{|A|} \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1\ i-1} & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2\ i-1} & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{n\ i-1} & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

der $\mathbf{b}$ erstatter i-te kolonne i A.

Inverse matriser

Teorem A er inverterbar hvis og bare hvis $|A| \neq 0$.

Inverse matriser

Teorem A er inverterbar hvis og bare hvis $|A| \neq 0$.

La A være en kvadratisk matrise, form en ny matrise av kofaktor i A, $[A_{ij}]$. Den transponerte til den kalles den adjugerte matrisen til A,

$$\mathrm{adj}(A) = [A_{ij}]^{-1}.$$

Den inverse til en inverterbar matrise A er gitt ved

$$A^{-1} = \frac{\mathrm{adj}(A)}{|A|}.$$

Inverse matriser og lineære ligningssystem, en gang til

Teorem La A være en kvadratisk matrise. Følgende betingelser er ekvivalente:

1. A er inverterbar,
2. A er radekvivalent med identitesmatrisen I,
3. $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har bare den trivielle løsningen $\mathbf{x} = 0$,
4. $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har entydig løsning for alle $\mathbf{b}$,
5. $\det(A) \neq 0$.