Vektorrom

E.Malinnikova, NTNU, Institutt for matematiske fag

Oktober, 2009

Vektorrommet $\mathbf{R}^n$: Det n-dimensjonale rommet $\mathbf{R}^n$ er mengden av alle n-tupler $(x_1, x_2, ..., x_n)$ av reelle tall.

$\mathbf{R}^n$

Vektorrommet $\mathbf{R}^n$: Det n-dimensjonale rommet $\mathbf{R}^n$ er mengden av alle n-tupler $(x_1, x_2, ..., x_n)$ av reelle tall.

Vi kaller n-tuplene for punkter eller vektorer og de blir skrevet som

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, ...x_n) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Operasjoner i $\mathbf{R}^n$

Addisjon av vektorer: Hvis $\mathbf{x}$ og $\mathbf{y}$ er vektorer i $\mathbf{R}^n$ så er $\mathbf{x}+\mathbf{y}$ en vektor gitt ved

$$\mathbf{x}+\mathbf{y} = \begin{bmatrix} x_1+y_1 \\ x_2+y_2 \\ \dots \\ x_n+y_n \end{bmatrix}.$$

Operasjoner i $\mathbf{R}^n$

Addisjon av vektorer: Hvis $\mathbf{x}$ og $\mathbf{y}$ er vektorer i $\mathbf{R}^n$ så er $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ en vektor gitt ved

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \begin{bmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \\ \dots \\ x_n + y_n \end{bmatrix}.$$

Multiplikasjon av en vektor med et tall: Hvis $\mathbf{x}$ er en vektorer i $\mathbf{R}^n$ og c er et reelt tall så er $c\mathbf{x}$ en vektor gitt ved

$$c\mathbf{x} = \begin{bmatrix} cx_1 \\ cx_2 \\ \dots \\ cx_n \end{bmatrix}.$$

Underrom av $\mathbf{R}^n$

Et underrom i $\mathbf{R}^n$ er en delmengde W i $\mathbf{R}^n$ som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall. Det vil si,

- hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i W så er $\mathbf{u} + \mathbf{w}$ også i W, og
- hvis $\mathbf{u}$ er i W og c er et tall så er vektoren $c\mathbf{v}$ også i W.

Underrom av $\mathbf{R}^n$

Et underrom i $\mathbf{R}^n$ er en delmengde W i $\mathbf{R}^n$ som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall. Det vil si,

- hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i W så er $\mathbf{u} + \mathbf{w}$ også i W, og
- hvis $\mathbf{u}$ er i W og c er et tall så er vektoren $c\mathbf{v}$ også i W.

Nullrommet til en matrise

Teorem La A være en $m \times n$ matrise og W er mengden av løsningene til den homogene systemet $A\mathbf{x} = 0$, så er W et underrom i $\mathbf{R}^n$.

Underrom av $\mathbf{R}^n$

Et underrom i $\mathbf{R}^n$ er en delmengde W i $\mathbf{R}^n$ som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall. Det vil si,

- hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i W så er $\mathbf{u}+\mathbf{w}$ også i W, og
- hvis $\mathbf{u}$ er i W og c er et tall så er vektoren $c\mathbf{v}$ også i W.

Nullrommet til en matrise

Teorem La A være en $m \times n$ matrise og W er mengden av løsningene til den homogene systemet $A\mathbf{x} = 0$, så er W et underrom i $\mathbf{R}^n$.
$W = Null(A)$

Vektorrom

Vektorrom er en mengde med operasjoner: addisjon og multiplikasjn med reelle tall som oppfyller:

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
2. $\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$
3. $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u}$
4. $\mathbf{u} + -\mathbf{u} = -\mathbf{u} + \mathbf{u} = \mathbf{0}$
5. $a(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a\mathbf{u} + a\mathbf{v}$
6. $(a + b)\mathbf{u} = a\mathbf{u} + b\mathbf{u}$
7. $a(b\mathbf{u}) = (ab)\mathbf{u}$
8. $1u = u$

Underrom

Underrom i et vektorrom er en delmengde som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall.

Underrom

Underrom i et vektorrom er en delmengde som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall.

Underrom inneholder $\mathbf{0}$.