Egenverdier og egenvektorer

NTNU, Institutt for matematiske fag

November, 2009

Definisjon

La A være en kvadratmatrise.
En vektor $\mathbf{v} \neq 0$ kalles en egenvektor for A hvis $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ hvor λ er et (reelt) tall; λ er kalt en egenverdi for A.

Definisjon

La A være en kvadratmatrise.
En vektor $\mathbf{v} \neq 0$ kalles en egenvektor for A hvis $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ hvor λ er et (reelt) tall; λ er kalt en egenverdi for A.

Teorem Et reelt tall λ er en egenverdi for A hvis og bare hvis

$$\det(A - \lambda I) = 0.$$

Definisjon

La A være en kvadratmatrise.
En vektor $\mathbf{v} \neq 0$ kalles en egenvektor for A hvis $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ hvor λ er et (reelt) tall; λ er kalt en egenverdi for A.

Teorem Et reelt tall λ er en egenverdi for A hvis og bare hvis

$$\det(A - \lambda I) = 0.$$

Ligningen $\det(A - \lambda I) = 0$ er en polinomial ligning, den er kalt den karakteristiske ligningen til A.

For åfinne egenverdiene og egenvektorer

1. Finn egenverdiene til A ved å løse den karakteristiske ligningen $\mathrm{det}(\mathrm{A}-\lambda\mathrm{I})=0$.
2. For hver λ finn de tilhørende egenvektorene ved å løse systemet $(A-\lambda I)\mathbf{v}=0$.

Egenvektorer med en gitt egenverdi utgjør sammen med nullvektoren et egenrom, det er løsningsrommet til systemet $(A-\lambda I)\mathbf{v}=0$.