Diagonalisering av matriser

NTNU, Institutt for matematiske fag

November, 2009

Definisjoner

To $n \times n$ matriser A og B kalles similære hvis det fins en inverterbar matrise P slik at $B = P^{-1}AP$.

Definisjoner

To $n \times n$ matriser A og B kalles similære hvis det fins en inverterbar matrise P slik at $B = P^{-1}AP$.

En $n \times n$ matrise A sies å være diagonaliserbar den er similær med en diagonalmatrise D.

$$A = PDP^{-1}$$

Definisjoner

To $n \times n$ matriser A og B kalles similære hvis det fins en inverterbar matrise P slik at $B = P^{-1}AP$.

En $n \times n$ matrise A sies å være diagonaliserbar den er similær med en diagonalmatrise D.

$$A = PDP^{-1}$$

Hvis A er en diagonaliserbar matrise, $A = PDP^{-1}$, så kan vi regne ut potenser av A ved å bruke formelen

$$A^k = PD^kP^{-1}$$

Diagonalisering og egenvektorer

Teorem En $n \times n$-matrise A er diagonaliserbar hvis og bare hvis den har n lineært uavhengige egenvektorer.

Diagonalisering og egenvektorer

Teorem En $n \times n$-matrise A er diagonaliserbar hvis og bare hvis den har n lineært uavhengige egenvektorer.

Hvis A er diagonaliserbar og $A = PDP^{-1}$, så er kolonnene til P egenvektorer for A og D er diagonalmatrisen med de tilhørende egenverdiene på diagonalen.

Diagonalisering og egenvektorer

Teorem En $n \times n$-matrise A er diagonaliserbar hvis og bare hvis den har n lineært uavhengige egenvektorer.

Hvis A er diagonaliserbar og $A = PDP^{-1}$, så er kolonnene til P egenvektorer for A og D er diagonalmatrisen med de tilhørende egenverdiene på diagonalen.

P kalles egenvektormatrise for A og D kalles egenverdimatrise for A.

Diagonalisering og egenvektorer

Teorem En $n \times n$-matrise A er diagonaliserbar hvis og bare hvis den har n lineært uavhengige egenvektorer.

Hvis A er diagonaliserbar og $A = PDP^{-1}$, så er kolonnene til P egenvektorer for A og D er diagonalmatrisen med de tilhørende egenverdiene på diagonalen.

P kalles egenvektormatrise for A og D kalles egenverdimatrise for A.

Teorem Hvis A har n *distinkte* egenverdier $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ og $v_1, \ldots, v_n$ er tilhørende egenvektorer for A, så er $v_1, \ldots, v_n$ lineært uavhengige og A er diagonaliserbar.