

Symmetriske og ortogonale matriser

NTNU, Institutt for matematiske fag

November, 2009

En kvadratisk matrise A er **symmetrisk** hvis $A^T = A$; hvis $A = [a_{ij}]$ så er A symmetrisk når $a_{ij} = a_{ji}$ for alle i og j .

En kvadratisk matrise A er **symmetrisk** hvis $A^T = A$; hvis $A = [a_{ij}]$ så er A symmetrisk når $a_{ij} = a_{ji}$ for alle i og j .

Teorem Egenvektorer som tilhører distinkte egenverier for en symmetrisk matrise er ortogonale.

Ortogonal matrise

En kvadratisk matrise P er **ortogonal** hvis P er inverterbar og $P^T = P^{-1}$; det vil si $P^T P = I$.

Ortogonal matrise

En kvadratisk matrise P er **ortogonal** hvis P er inverterbar og $P^T = P^{-1}$; det vil si $P^T P = I$.

Teorem En kvadratisk matrise P er ortogonal hvis og bare hvis kolonnene til P danner en ortonormal system.

Ortogonal matrise

En kvadratisk matrise P er **ortogonal** hvis P er inverterbar og $P^T = P^{-1}$; det vil si $P^T P = I$.

Teorem En kvadratisk matrise P er ortogonal hvis og bare hvis kolonnene til P danner en ortonormal system.

Ortogonale 2×2 matriser er på formen

$$\begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad \text{eller} \quad \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix}$$

En kvadratisk matrise A er **ortogonalt diagonaliserbar** hvis det finnes en ortogonal matrise P og en diagonalmatrise D slik at $A = PDP^{-1}$.

En kvadratisk matrise A er **ortogonalt diagonaliserbar** hvis det finnes en ortogonal matrise P og en diagonalmatrise D slik at $A = PDP^{-1}$.

Teorem En kvadratisk matrise A er ortogonalt diagonaliserbar hvis og bare hvis A er symmetrisk.

En kvadratisk matrise A er **ortogonalt diagonaliserbar** hvis det finnes en ortogonal matrise P og en diagonalmatrise D slik at $A = PDP^{-1}$.

Teorem En kvadratisk matrise A er ortogonalt diagonaliserbar hvis og bare hvis A er symmetrisk.

Hvis $A = PDP^{-1}$ og P er ortogonale, så må kolonnene til P være innbyrdes ortogonale enhetsvektorer som er egenvektorer til A .