Kjeglesnitt og rotasjon av koordinatsystemet

NTNU, Institutt for matematiske fag

November, 2009

Kjeglesnitt og kvadratisk form

La

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

være ligningen for et kjeglesnitt K. Da er $ax^2 + 2bxy + cy^2$ den tilhørende kvadratiske formen.

Kjeglesnitt og kvadratisk form

La

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

være ligningen for et kjeglesnitt K. Da er $ax^2 + 2bxy + cy^2$ den tilhørende kvadratiske formen.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x} = (x, y)^T$ og $ax^2 + 2bxy + cy^2 = \mathbf{x}^T A\mathbf{x}$

Rotasjon av koordinatsystemet

Koordinataksene kan dreies slik at ligningen for K i det nye koordinatsystemet blir

$$\lambda_1(x')^2 + \lambda_2(y')^2 + d'x' + e'y' + f = 0$$

der λ_1 og λ_2 er egenverdiene til A.

Rotasjon av koordinatsystemet

Koordinataksene kan dreies slik at ligningen for K i det nye koordinatsystemet blir

$$\lambda_1(x')^2 + \lambda_2(y')^2 + d'x' + e'y' + f = 0$$

der λ_1 og λ_2 er egenverdiene til A.

Rotasjonen gjøres ved koordinatskiftet $\mathbf{x} = P\mathbf{x}'$ der P er en ortogonal matrise som diagonaliserer A og $\det P = 1$;

$$P = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$