Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Dag Wessel-Berg tlf. 73 59 13 43 / 924 48 828
Morten Dahlby tlf. 73 59 16 50 / 980 71 989

TMA4110 Matematikk 3

Bokmål
Semesterprøve mandag 6. oktober 2008
Tid: 08:15-09:45

Hjelpemidler: Enkel kalkulator og Rottmann.
Prøven har tre sider med totalt 10 oppgaver.
NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket.

Oppgave 1 Hva er argumentet θ til $(-1+\mathrm{i})^7$?

A: $-\frac{3\pi}{4}$ **B:** $-\frac{\pi}{4}$ **C:** $\frac{\pi}{4}$ **D:** $\frac{3\pi}{4}$

Oppgave 2 Hvilket kjeglesnitt i det komplekse plan beskriver ligningen

$$z^2 = \bar{z}^2 + 4\mathrm{i}?$$

A: parabel **B:** hyperbel **C:** sirkel **D:** ellipse

Oppgave 3 For hvilke $d > 0$ er systemet $4y'' + dy' + 4y = 0$ overdempet?

A: ingen $d > 0$ **B:** $d < 8$ **C:** $d > 8$ **D:** $d = 8$

Oppgave 4 Hva blir $y(1)$ for løsningen på følgende startverdiproblem?

$$\begin{aligned} y'' + 4y' + \left(4+\pi^2\right) y &= 0, \\ y(0) &= 1, \\ y'(0) &= -2 \end{aligned}$$

A: $-\mathrm{e}^2$ **B:** $-\mathrm{e}^{-2}$ **C:** e^{-2} **D:** e^2

Oppgave 5 Hvilken form har den partikulære løsningen y_p av ligningen

$$y'' + 2y' + 2y = x\mathrm{e}^{-x}\cos x?$$

A: $\left(Ax^2 + Bx\right)\mathrm{e}^{-x}\cos x$
B: $\mathrm{e}^{-x}\left(A\cos x + B\sin x\right)$
C: $\mathrm{e}^{-x}\left((Ax+B)\cos x + (Cx+D)\sin x\right)$
D: $\mathrm{e}^{-x}\left(\left(Ax^2+Bx\right)\cos x + \left(Cx^2+Dx\right)\sin x\right)$

Oppgave 6 Hvilket av alternativene er generell løsning av ligningen

$$x^2y'' - 4xy' + 6y = x^4?$$

A: $c_1x^2 + c_2x^3 - \frac{1}{2}x^4$
B: $c_1x^2 + c_2x^3 + \frac{1}{2}x^4$
C: $c_1x^2 + c_2x^3 + c_3x^4$
D: $c_1 + c_2x + c_3x^2 + c_4x^3 + c_5x^4$

Oppgave 7 Hva er redusert echelonform (trappeform) for matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}?$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 8 For hvilke a og b har ligningssystemet

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & a \\ 2 & 1 & 1 \\ b & 2 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} ab \\ b^2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

entydig løsning?

A: $-12 - 4a + 3b + ab = 0$
B: $-12 - 4a + 3b + ab \neq 0$
C: $12 - 4a - 3b + ab = 0$
D: $12 - 4a - 3b + ab \neq 0$

Oppgave 9 Vi utfører følgende elementære radoperasjoner på 3×3-matrisen A

1. Trekk rad 2 tre ganger fra rad 3 ($R_3 := R_3 - 3R_2$).
2. Bytt rad 2 og rad 3 ($R_2 \leftrightarrow R_3$).
3. Del rad 2 på 2 ($R_2 := \frac{1}{2}R_2$).

og ender opp med matrisen

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Hva er determinanten til A?

A: $-\frac{3}{2}$ **B:** -6 **C:** 3 **D:** 6

Oppgave 10 Hvilke(t) utsagn er generelt riktig for (reelle) 2×2-matriser

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}?$$

1. Hvis $a_{12} = a_{21} = 0$ så er A inverterbar.
2. Elementene a_{11}, a_{12}, a_{21} og a_{22} kan velges slik at $\det\left((A^3)^{-1}\right) = -1$.

A: verken 1 eller 2 **B:** bare 1 **C:** bare 2 **D:** både 1 og 2